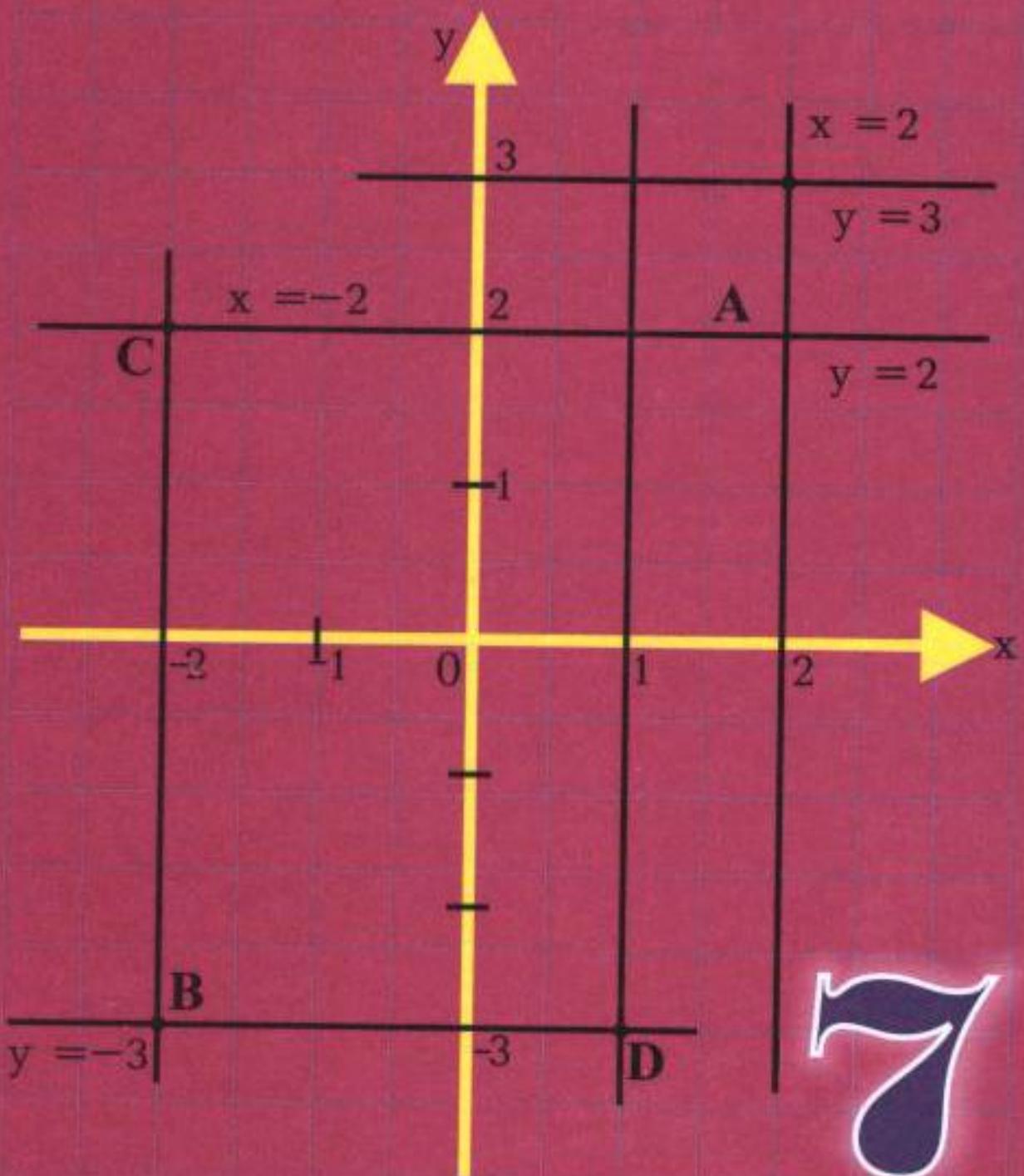


Нарзулло Қодиров



АЛГЕБРА

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$1+3+5+7+9=5^2$$

$$() \quad [\quad] \quad \{ \quad \} \quad / \ / \quad < \ >$$

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} = 2$$

$$\alpha^n \cdot \alpha^m = \alpha^{n+m}$$

$$(\alpha^m)^n=\alpha^{mn}$$

$$\alpha^n : \alpha^m = \alpha^{n-m}$$

$$\alpha^\circ = 1 \qquad \alpha \neq 0$$

$$\star + x^2 = x^2$$

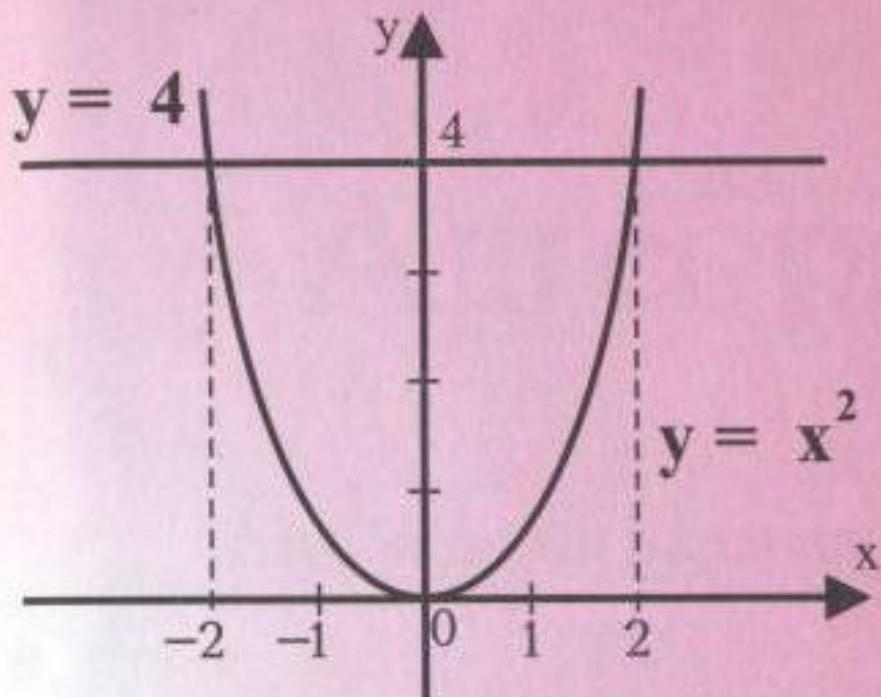
$$\star =$$

$$x \cdot \star = x^2$$

$$\star =$$

$$x^2 : \star = x^2$$

$$\star =$$



$$x^2 - 4 = 0$$

$$y = x^2$$

$$y = 4$$

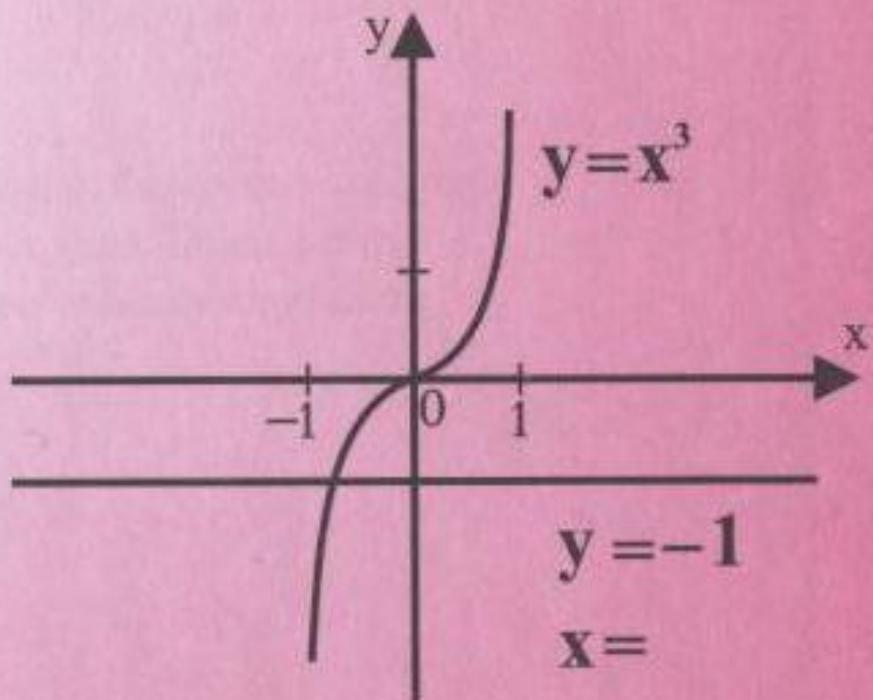
$$x =$$

$$x =$$

$$x^3 + 1 = 0$$

$$y = x^3$$

$$y = -1$$



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$22,5^2 = (20 + 2,5)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 2,5 + 2,5^2 = 506,25$$

Нарзулло Қодиров

Алгебра

Китоби дарсӣ барои синфи 7

Нашри I

*Мушовараи Вазорати маорифи
Ҷумҳурии Тоҷикистон
ба чоп тавсия кардааст.*

Душанбе
МТЛ ОРЕС
2005

Китоби мазкур аз чониби Маркази татбиқи лоиҳа доир ба нашри адабиёти таълимӣ, тавассути маблағҳои Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон нашр гардидааст.

Нарзулло Қодиров. “Алгебра”. Китоби дарсӣ барои синфи 7.
Душанбе: МТЛ ОРЕС, 2005, 216 сах.

Ҷадвали истифодаи иҷоравии китоб

| № | Ному насаби хонандагӣ | Синф | Соли | Ҳолати китоб (баҳои китобдор) | |
|---|-----------------------|------|------|----------------------------------|--------------|
| | | | | Аввали сол | Охири сол |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Мухаррирон:

Мамадҷон Маҳкамов
Аъзам Ҳудойдодов ва
Сафарбек Назаров

Сарсухан

Китоби дарсии «Алгебра 7», ки ҳоло дар даст доред, мутобики барномаи нави таълимии соли 2002 ба табъ расидааст. Ин китоб дар асоси омӯзиши китобҳои дарсии пештара ва дар таҷрибаи кории бисёрсола ба ҳисоб гирифтани ҷиҳатҳои хубу норасоиҳои онҳо мураттаб гардидааст. Норасоиҳои дар раванди таҷрибаи корӣ пайхас шуда то ҳадди имкон ислоҳ карда шуданд. Аз он ҷумла мавзӯъҳо ба ҳамдигар ва ба маводи таълимии синфҳои 5-6 алоқаманд баён карда мешаванд. Масалан, ҳангоми бо татбики муодилаҳои ҳаттии як номаълума ҳал кардани масъалаҳо тарзи арифметикии ҳал муюнина мешавад. Ҳангоми бо татбики системаи муодилаҳои ҳаттий ҳал кардани масъалаҳо тарзи арифметикии ҳал, агар онҳо мавҷуд бошанд, ва инчунин тарзи бо ёрии муодилаи ҳаттии якномаълума ҳал кардани онҳо нишон дода мешаванд. Дар китобҳои пештара мавзӯи ба зарбшавандаҳо ҷудо кардани бисёрузва ҳаст, аммо татбики он ба ҳал кардани муодилаҳои дараҷаи боло нест. Шумо дар ин китоб мебинед, ки он муодилаҳоро, аз маводи синфи 7-ум берун набаромада, бо истифодаи қоидаҳои амалҳову ҳосиятҳои ададҳо ва муодилаҳои ҳаттии якномаълума ҳал кардан мумкин аст. Дар ин китоб ба ҳалли графикии муодилаҳои дараҷаи боло низ Ҷътибори маҳсус дода шудааст, ва ин кор дониши

берун аз синфи 7-ум, яъне маводи синфҳои аз 7 болоро тақозо намекунад. Дар китобҳои пештара ба тарзҳои гуногуни ҳалли масъалаҳо, ошкор соҳтани шартҳои зиёдатии масъала ва амсоли онҳо, ки ба хубтару бештар азхудкунни маводи таълимӣ, ба чудо кардани тарзи беҳтарини ҳалли масъалаҳо ва ба ташаккули қобилияти эҷодиятон мадад мекунанд, эътибори ҷиддӣ дода намешуд. Шумо дар ин китоб бо ин масъалаҳо ҷиддан машгул мешавед ва гайра.

Дар ҳар як боби ин китоб бароятон як ё ду кори мустакилона пешниҳод шудааст, ки ҳар қадоме аз ҷорӣ вариант иборат аст ва онҳоро ҳудатон бояд ҳал кунед. Дар охири китоб саволҳои назоратӣ пешниҳод шудаанд, ки ба онҳо бояд ҷавоб дихед.

Барои корҳои берун аз синфатон ҳам дар ин китоб масъалаҳо ҷой дода шудаанд.

Баъзе масъалаҳои ба қатори супориши дохил шудагӣ дар ҷояшон ҳал карда шудаанд. Онҳо ҳамон масъалаҳое мебошанд, ки тавзехот меҳоҳанд. Пас аз ин масъалаҳои ба онҳо монанд пешниҳод карда мешаванд, яъне аввал корро сахех карда, баъд супориш мегиред.

Барои омӯхтани китоб ба шумо факат тоқату барори кор меҳоҳам.

Муаллиф

Такрори мавзӯъҳои синфҳои V-VI

Чӣ будани ададҳои натуралий, қонуну қоидаҳои амалҳои арифметикӣ бо онҳо, зинаҳои амалҳои арифметикӣ, касрҳои оддӣ ва даҳӣ, амалҳои арифметикӣ бо онҳо, протсент, алломатҳои тақсимшавии ададҳои натуралий, қалонтарин тақсимкунандай умумии ададҳо, хурдтарин қаратии умумӣ, нисбату таносуб, ифодаҳо, ададҳои ратсионалий ва қонуну қоидаҳои иҷрои амалҳо бо онҳо ва гайтаро шумо медонед. Ҳамин дониши ҳосилкардаи шуморо ба ҳал кардани масъалаҳо татбиқ мекунем.

Мисоли 1. Қимати касри зеринро ҳисоб мекунем:

$$\frac{(4,07 + 3,8 + 2,93 - 4,8) \cdot \left(\frac{3}{7} + \frac{5}{6}\right)}{8 \cdot 53 \cdot 1,125 \cdot 0,7^2}$$

Ҳал: Ҷӣ хеле, ки мебинем, дар ин ҷо зинаҳои якуму дуюму сеюми амалҳо мавҷуданд. Бинобар ин речай тартиби иҷрои амалҳоро мекашем. Барои қутоҳнависӣ ишораткуни ифодаҳоро истифода мебарем. Мо медонем, ки амалҳои ҷамъ ва тарҳ амалҳои зинаи якум, амалҳои зарбу тақсим амалҳои зинаи дуюм ва амали ба дараҷабардорӣ амали зинаи сеюм мебошад. Агар дар ифода фақат амалҳои зинаи якум ё фақат амалҳои зинаи дуюм мавҷуд бошанд, онҳоро бо тартиби навишташон аз ҷон ба рост иҷро мекунем. Аммо фаромӯш набояд кард, ки қонунҳои ҷойивазкуни, гурӯҳбандӣ ва тақсимотӣ мавҷуданд, ки аз онҳо ҳам истифода мебарем. Агар дар ифода амалҳои зинаи якуму дуюм дучор оянд, аввал амалҳои зинаи дуюм ва баъд амалҳои зинаи якумро бояд иҷро кард. Агар дар ифода амали зинаи сеюм мавҷуд бошад, аввал онро амалий мегардонем. Агар ифода қавсҳо дошта бошад, аввал амалҳои дохили қавсҳо, мувофиқи қоидаҳои болӣ, иҷро карда мешаванд.

Акнун шурӯъ мекунем ба тартиб додани речай халли масъала:

- 1) амалҳои дохили қавси якумро ичро мекунем – онҳо амалҳои зинаи якуманд:

$$a = 4,07 + 3,8 + 2,93 - 4,8;$$

- 2) амалҳои дохили қавсҳои дуюмро ичро мекунем:

$$b = \frac{3}{7} + \frac{5}{6};$$

- 3) амали зинаи сеюмро ичро мекунем: $c = 0,7^2$;

- 4) амали зинаи дуюми маҳрачро ичро мекунем:

$$d = 8 \cdot 53 \cdot 1,125;$$

- 5) боз амали зинаи дуюми маҳрачро ичро мекунем, яъне c -ро ба d зарб мекунем: $e = c \cdot d$;

- 6) амали зинаи дуюми суратро ба ҷо меоварем, яъне a -ро ба b зарб мекунем: $f = a \cdot b$;

- 7) амали зинаи дуюми охиринро ичро мекунем, яъне тақсими f ба e амали мегардад, ки он ҷавоби масъала мебошад.

Бевосита ба ҳисобкунӣ мегузарем:

1) $a = 4,07 + 3,8 + 2,93 - 4,8 = 4,07 + 2,93 + 3,8 - 4,8 = 7 - 1 = 6$

2) $b = \frac{3}{7} + \frac{5}{6}$

Азбаски маҳраҷҳои касрҳо агадҳои байни ҳам соддаанд, бинобар ин маҳрачи умумии онҳо ба ҳосили зарби маҳраҷҳо, ки хурдтарин каратии умуниашон мебошад, баробар аст:

$$b = \frac{3}{7} + \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 6}{7 \cdot 6} + \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 7} = \frac{18}{42} + \frac{35}{42} = \frac{18 + 35}{42} = \frac{53}{42};$$

3) $c = 0,7^2 = 0,49$;

4) d -ро ҳисоб мекунем:

$$d = 8 \cdot 53 \cdot 1,125 = (8 \cdot 1,125) \cdot 53 = 9 \cdot 53 = 477.$$

Агар қонуни чойивазкуниро истифода намебурдем, амалиётамон хеле кашол меёфт.

5) c -ро ба d зарб мекунем, яъне e -ро меёбем:

$$e = c \cdot d = 0,49 \cdot 477 = \frac{49}{100} \cdot \frac{477}{1} = \frac{49 \cdot 477}{100} = \frac{23373}{100} = 233,73;$$

дар ин чо қоидаҳои ба қасри оддӣ табдил додани қасри даҳӣ, зарби қасрҳо ва тақсим ба адади ба даҳ қаратиро тақрор кардем;

6) a -ро ба b зарб мекунем, яъне f -ро муайян мекунем:

$$f = a \cdot b = 6 \cdot \frac{53}{42} = \frac{6 \cdot 53}{6 \cdot 7} = \frac{53}{7};$$

7) амали охирин-тақсими f ба e ичро мегардад:

$$f : e = \frac{53}{7} : 233,73 = \frac{53}{7} : \frac{23373}{100} = \frac{53 \cdot 100}{7 \cdot 23373} = \frac{5300}{163611}.$$

Чавоб: $\frac{5300}{163611}$.

Мисоли 2. Қимати қасри зеринро ҳисоб мекунем:

$$\frac{(4,07 + 3,8 + 2,93 - 4,8) : \left(\frac{3}{7} + \frac{5}{6} \right)}{8 \cdot 53 \cdot 1,125 - 9 \cdot 53}.$$

Қисми зиёди амалиёти ҳисобкуни ин қасрро шумо аллакай медонед. Ҳоло ба ҳисобкуни маҳрачи ин қаср машгул мешавем:

$$1) 8 \cdot 53 \cdot 1,125 = (8 \cdot 1,125) \cdot 53 = 9 \cdot 53$$

$$2) 8 \cdot 53 \cdot 1,125 - 9 \cdot 53 = 9 \cdot 53 - 9 \cdot 53 = 53 \cdot (9 - 9) = 53 \cdot 0 = 0$$

Ҳамин тарик, натиҷаи ҳисобкуни маҳраҷ ба нол баробар шуд. Аммо ба нол тақсим кардан мумкин нест. Ҷӣ бояд кард? Дар ин маврид мегӯем, ки қасри дода шуда маънӣ надорад.

Ҳар як қонуну қоида мавридҳои истисной ҳам дорад, ки мо аллакай онро ба кор бурдем (дар боло аввал таъкид кардем, ки агар дар ифода фақат амалҳои зинаи якум ё фақат амалҳои зинаи дуюм мавҷуд бошанд, онҳоро ба тартиби навишташон аз ҷаҳан ба рост иҷро мекунем. Вале ҳангоми ҳисобкунӣ истифодаи қонунҳои ҷамъу зарбро афзал донистем). Бо такя ба ҳамин дар мавриди ҳисобкунии қимати каср аввал қимати маҳрачи онро ҳисоб кунем, заرار надорад, то бидонем, ки қимати маҳраҷ ба нол баробар мешавад ё не. Дар раванди ҳалли ин масъала донишҳои зеринро тақрор намудем:

- 1) зинаҳои амалҳои арифметикӣ;
- 2) тартиби иҷрои амалҳои арифметикӣ;
- 3) истисноҳо ҳангоми иҷрои амалҳои арифметикӣ;
- 4) қонуни ҷойивазкунии ҷамъ: $a + b = b + a$;
- 5) қонуни ҷойивазкунии зарб: $a \cdot b = b \cdot a$;
- 6) қонуни гурӯҳбандии ҷамъ:
$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c);$$
- 7) қонуни гурӯҳбандии зарб: $abc = (ab) \cdot c = a \cdot (bc)$;
- 8) қонуни тақсимотии зарб: $(a + b) \cdot c = ac + bc$;
- 9) аз қавсҳо баровардани зарбкунандай умумӣ;
- 10) мағҳумҳои касрҳои оддӣ ва даҳӣ;
- 11) амалҳои арифметикӣ бо касрҳои оддӣ;
- 12) амалҳои арифметикӣ бо касрҳои даҳӣ;
- 13) баргардонидани касри даҳӣ ба касри оддӣ;
- 14) баргардонидани касри оддӣ ба касри даҳӣ;
- 15) хосияти асосии касри оддӣ;
- 16) ихтисори касрҳо;
- 17) ба маҳрачи умумӣ овардани касрҳои оддӣ;
- 18) ададҳои байни ҳам содда;
- 19) ҳурдтарин қартии умумӣ;
- 20) имконнозазир будани тақсим ба нол.

Ба замми ҳамаи ин барои омӯхтани китоби алгебра, ки дар пешатон истодааст, шумо бояд бо донишҳои зерин мусаллаҳ бошед:

- 1) протсент;
- 2) нишонаи таксимшавии агадҳо ба 2, 3, 5, 9, 10 ва 11;
- 3) нисбату таносуб;
- 4) шаклҳои соддатарин, ба монанди нукта, хати рост, ҳамворӣ;
- 5) нури ададӣ, хати рости ададӣ, системаи координатаҳои росткунча;
- 6) муайян кардани мавқеи нукта дар хати рости ададӣ – координатаи нукта;
- 7) асбобҳои ченкуниӣ ва соҳтан;
- 8) ифодаҳои ададӣ ва ҳарфӣ, ки дар синфи панҷум омӯхтаед ва мо ҳоло сӯҳбатро оид ба ҳамин мавзӯъ давом медиҳем.

БОБИ I. ИФОДАХО ВА ТАБДИЛДИХИИ ОНХО.

МУОДИЛАХО

I. Ифодаҳои ададӣ

Дар натиҷаи бо аломатҳои амалҳои математикий пайваст шудани ададҳо ифодаи ададӣ ҳосил мешавад. Ин пайвастшавӣ бояд маънӣ дошта бошад. (пайвастшавии $4 + - : 7$ маънӣ надорад)

Масалан, $2 + 4; 7 - 3; 2 \cdot 5 + 4; 2,4 : 8 - 5; 6 + \frac{13}{27}$ ва

гайра ифодаҳои ададӣ мебошанд. Агар амалҳои дар ифодаи ададӣ омадаро ичро кунем, қимати ифодаи ададӣ ҳосил мешавад. Масалан, адади 13,4 қимати ифодаи $2,3 \cdot 8 - 5$ аст, зеро $2,3 \cdot 8 - 5 = 18,4 - 5 = 13,4$ мешавад.

Баъзан ба мисоле дучор меоем, ки дар он амали тақсим

ба нол пеш меояд. Ба монандӣ $\frac{35}{3 \cdot 5 - 15}, \frac{4}{3,2 - 2 \cdot 1,6}$ ва гайра.

Дар ин мисолҳо қимати $3 \cdot 5 - 15$ ва $3,2 - 2 \cdot 1,6$ ба нол баробар аст. Мо медонем, ки ба нол тақсим кардан мумкин нест. Аз ҳамин сабаб мегӯем, ки ифодаҳои ададии мазкур маънӣ надоранд, яъне ба ягон қимат соҳиб нестанд.

1. Қимати ифодаҳои ададии зеринро ҳисоб кунед:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| а) $1,5 + 6,5;$ | г) $- 6,5 + 6,5;$ |
| б) $2,6 + (- 3,6);$ | д) $- 2,8 + 12,8;$ |
| в) $3,6 + (- 3,6);$ | е) $- 0,5 + (- 1,5).$ |

2. а) $1,5 - 6,5;$

г) $- 1,5 - 6,5;$

б) $3,6 + (- 6,6);$

д) $- 3,6 + (- 3,6);$

в) $2,05 - (- 0,95);$

е) $- 2,05 - (- 0,95).$

3. а) $\frac{4}{7} \cdot 14 + 3,5;$

в) $3\frac{3}{4} \cdot 8 + 6;$

б) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} - 2,3;$

г) $2\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{19} - \frac{2}{19}.$

4. а) $36,6 : 0,6 - 1998 : 37$;

б) $2,48 \cdot 3\frac{5}{8} + 29 \cdot 0,69$.

5. а) $\left(4,48 \cdot \frac{5}{7} - 3\frac{1}{5} \right) \cdot 11$;

б) $1,6 \left(2,1 - \frac{3}{20} \right) \cdot \left(4,11 + 1\frac{17}{50} \right)$.

6. а) $\left(3,7 \cdot \frac{4}{37} + 13\frac{3}{5} \right) : 0,7$;

б) $\left(3,15 : \frac{2}{9} - 1\frac{7}{27} \right) : 4$.

7. а) суммаи ададҳои 12 ва 6,4 –ро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ҳисоб кунед;

б) фарқи ададҳои 11,7 ва $\frac{7}{10}$ –ро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ёбед;

в) ҳосили зарби ададҳои 8,5 ва 9,5 –ро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ёбед;

г) ҳосили тақсими ададҳои 14,6 ва 7,3 –ро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ёбед.

8. а) суммаи ҳосили зарби ададҳои 10 ва 1,7 ва адади –17 –ро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ҳисоб кунед;

б) фарки суммаи ададҳои 3,7 ва 4,3 ва ҳосили зарби ададҳои 2 ва 4 –ро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ҳисоб кунед;

в) ҳосили зарби суммаи ададҳои 11,5 ва 8,56 ва фарки онҳоро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ҳисоб кунед;

г) ҳосили тақсими фарки ададҳои 11,5 ва 8,5 ва суммаи онҳоро дар намуди ифодай ададӣ нависед ва қимати онро ёбед.

Қимати ифодаҳои аддии зеринро ҳисоб кунед:

9. а) $\left(1\frac{3}{4} + 3\frac{1}{4} \right) \cdot 8$;

в) $3\frac{1}{7} + 1\frac{3}{7} \cdot 2$;

б) $5 \cdot 2\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2}$;

г) $1\frac{3}{4} \cdot 2 + 3\frac{1}{4} \cdot 2$.

10. а) $\left(1\frac{3}{8} + 2\frac{7}{12} \right) : 33$;

г) $\left(4\frac{1}{3} - 7 \right) \cdot \left(6 + 2\frac{1}{3} \right)$.

$$6) \left(1\frac{3}{8} - 2\frac{7}{12}\right) \cdot 24;$$

$$d) \left(5 - 4\frac{3}{5}\right) : \left(4\frac{4}{5} - 3\frac{2}{5}\right);$$

$$b) 14 : \left(3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{9}\right);$$

$$e) \left(13\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}\right) : \left(3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3}\right)$$

$$11. \ a) 14 : 3\frac{1}{2} - 1 : \frac{1}{4};$$

$$b) 11\frac{3}{5} - 5\frac{2}{5} : 6\frac{1}{5};$$

$$6) 5\frac{1}{4} + 2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8};$$

$$g) 3\frac{2}{5} \cdot \frac{10}{17} - 4\frac{6}{7} : 2\frac{3}{7}.$$

$$12. \ a) (3 + 1,92 + 0,08) \cdot (4 + 0,2 \cdot 5);$$

$$b) (8,8 : 0,22 + (3,3 : 0,11)) \cdot 4,2 : 0,7;$$

$$b) \left(17\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{52} : 5 + \frac{4}{5}\right) : (6 \cdot 0,05 - 0,3);$$

$$g) 7,5 \cdot 0,2 \cdot (3,4 - 3,1) : (6,1 : 12,2)$$

Қимати ифодаҳои зеринро бо тарзи қулайтарин ҳисоб кунед:

$$13. \ a) 1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} + \frac{1}{2};$$

$$b) \left(1\frac{2}{3} \cdot 15 + 2\frac{1}{3} \cdot 5\right) : 5;$$

$$6) 2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{4}{9} \cdot 7 \cdot 1\frac{4}{5};$$

$$g) \left(\frac{4}{7} \cdot 2\frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 9563.$$

$$14. \ a) 2,09 + 3,35 + 1,91 + 0,65;$$

$$b) (13,5 + 7,4 - 2,5 - 4,4) : 14;$$

$$b) - 5,6 + 0,6 + 3,4 - 4,4;$$

$$g) 12,3 - 5,1 - 4,9 + 3,7.$$

15. Қимати ифодаҳои аддии зеринро ҳисоб кунед:

$$a) \frac{5}{4 \cdot 6 - 24};$$

$$b) \frac{6}{0,2 \cdot 5 - 1};$$

$$b) \frac{15}{(12 - 6 + 7 - 13)};$$

$$g) \frac{11}{(5 \cdot 4 - 20) : 12}.$$

2. Ифодаҳои ҳарфӣ (алгебравӣ)

Бо баробари мавҷуд будани ифодаҳои ададӣ ифодаҳое низ вомехӯранд, ки дар онҳо ҳарфҳо иштирок мекунанд.

Дар натиҷаи бо аломатҳои амалҳои математикий пайваст шудани ҳарфҳо ё ҳарфҳою ададҳо ифодаи ҳарфӣ ё, чӣ хеле, ки мегӯянд, ифодаи алгебравӣ ҳосил мешавад. Масалан, $a=4$; $2a+9$; $3,5x+y$ ва гайра. Ин пайвастшавӣ бояд маънӣ дошта бошад.

Ҳарфҳои ифодаҳои ҳарфиро тағйирёбандо мегӯем. Аз ин рӯ, ифодаҳои ҳарфири ифодаҳои тағйирёбандо низ меноманд.

Ифодаҳо дутағйирёбандо, сетағийирёбандо ва гайра мешаванд. Масалан, ифодаи $2ax + 3cx^2$ ифодаи сетағийирёбандои a , c , x аст.

Агар дар ифодаи ҳарфӣ ба ҷои ҳарфҳо қиматҳои ададӣ гузорем ва амалҳоро ичро кунем, қимати ифодаи ҳарфӣ ҳосил мешавад. Масалан, агар дар ифодаи $3,5x - y$ ба ҷои x адади 4 ва ба ҷои y адади 5 –ро гузорем, ба $3,5 \cdot 4 - 5 = 14 - 5 = 9$ соҳиб мешавем, ки ин қимати ифодаи $3,5x - y$ мебошад. Вобаста ба қимати ҳарф қимати ифодаи ҳарфӣ тағйир меёбад.

Ифодаҳоеро, ки аз ададҳо ва тағйирёбандо бо ёрии амалҳои ҷамъ, тарҳ ва зарб таркиб ёфтаанд, ифодаҳои бутун меноманд. Дар ифодаҳои бутун таксим ба адади гайринолӣ имконпазир буда, вале таксим ба тағйирёбандо ҷоиз нест.

$$\text{Масалан, } 3a + \kappa, \quad -\frac{7}{5}(b - 3), \quad \frac{2}{3}a^2bc^3,$$

$9,5x^2 + 3xy + 10x + 0,7y + 4$ ифодаҳои бутунанд. Ифодаи $2x + \frac{5}{x+3}$ ифодаи бутун намебошад, зеро дар он таксим ба тағйирёбандо роҳ ёфтааст.

Ду ифодаҳои бо аломати баробарӣ (=) пайвастшуваро баробарӣ меномем. Масалан, $4,5:5+1,1=2$ баробарӣ аст.

Чи хеле, ки мебинем, баробарӣ тарафи чап ва тарафи ростро соҳиб аст.

Агар қимати тарафи чап ва қимати тарафи рости баробарӣ як хел бошад, ин баробариро *баробарии дуруст* мегӯем ва дар ҳолатҳои дигар онро баробарии нодуруст меномем.

16. а) суммаи ададҳои a ва b -ро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед;

б) фарқи ададҳои c ва d -ро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед;

в) ҳосили зарби ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед;

г) тақсими адади u ба адади z -ро дар намуди ифода нависед;

д) нимфарки ададҳои p ва q -ро дар намуди ифода нависед;

е) нимсуммаи ададҳои a ва b -ро дар намуди ифода нависед.

17. а) суммаи адади a ва ҳосили зарби ададҳои c ва d -ро дар намуди ифода нависед;

б) фарқи адади x ва тақсими адади a ба адади b -ро дар намуди ифода нависед;

в) ҳосили зарби адади a ба суммаи ададҳои b ва c -ро дар намуди ифода нависед;

г) тақсими адади z ба фарқи адади x ва y -ро дар намуди ифода нависед.

18. а) квадрати адади x -ро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед;

б) квадрати суммаи ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед;

в) фарқи квадратҳои ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед;

г) суммаи квадратҳои ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед;

д) квадрати фарқи ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед.

19. а) куби адади x -ро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед;

б) куби фарқи ададҳои u ва z -ро дар намуди ифода нависед;

в) суммаи кубҳои ададҳои u ва z -ро дар намуди ифода нависед;

г) куби суммаи ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед;

д) фарки кубҳои ададҳои x ва z -ро дар намуди ифода нависед.

20. а) нисбати суммаи ададҳои a ва b ба ҳосили зарби онҳоро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед;

б) нисбати фарқи ададҳои c ва d ба ҳосили зарби онҳоро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед;

в) нисбати суммаи ададҳои a ва b ба дучандай фарки онҳоро дар намуди ифода нависед;

г) нисбати фарқи ададҳои a ва b ба сечандай суммаи онҳоро дар намуди ифода нависед;

д) нисбати суммаи квадратҳои ададҳои p ва q ба ҳосили зарби онҳоро дар намуди ифода нависед;

е) нисбати ҳосили зарби ададҳои m ва n ба квадрати суммаи онҳоро дар намуди ифода нависед.

21. а) нимсуммаи квадратҳои ададҳои x ва y -ро дар намуди ифода нависед;

б) квадрати нимфарқи ададҳои a ва b -ро дар намуди ифода нависед;

в) нисбати суммаи квадратҳои ададҳои x ва y ба фарки квадратҳои онҳоро дар намуди ифода нависед;

г) нисбати суммаи кубҳои ададҳои p ва q ба фарқи кубҳои онҳоро дар намуди ифода нависед;

д) нисбати куби суммаи ададҳои c ва d ба куби фарқи онҳоро дар намуди ифодаи ҳарфӣ нависед.

22. Ифодаеро тартиб дихед, ки он:

а) a даҳӣ ва b воҳид дошта бошад;

б) 8 даҳӣ ва b воҳид дошта бошад;

в) a даҳӣ ва b воҳид дошта бошад;

г) a садӣ ва b воҳид дошта бошад;

д) a садӣ ва b даҳӣ дошта бошад;

е) a садӣ, b даҳӣ ва c воҳид дошта бошад.

23. Ифодадои зеринро дар намуди разрядҳо нависед:

$$\overline{ab}; \quad \overline{abc}; \quad \overline{acb}; \quad \overline{bca}; \quad \overline{ba}.$$

Масалан, $\overline{bca} = 100b + 10c + a$.

24. Агар дарозии тарафи квадрат ба a баробар бошад, ифодаҳои a^2 , $2a$, $4a$ чиро мефаҳмонанд?

25. Қимати ифодаи $7x$ -ро ҳисоб кунед, ки агар:

- а) $x = -7,4$; б) $x = -2$; в) $x = 2$;
г) $x = 7,4$; д) $x = -\frac{3}{4}$; е) $x = 1\frac{4}{7}$;
ё) $x = \frac{3}{4}$; ж) $x = -1\frac{4}{7}$ бошад.

26. Қимати ифодаи $-4x$ -ро ёбед, ки агар:

- а) $x = -2$; б) $x = 0$; в) $x = 1$; г) $x = -0,01$ бошад.

Дар машқҳои 27 - 30 қимати ифодаҳоро ҳисоб кунед.

27. а) $3a + 7$, агар $a = 4$ бошад;

- б) $\frac{b}{2} - 3b$, агар $b = -1$ бошад;
в) $4,7 - 2x$, агар $x = 6$ бошад;
г) $-2y + 11$, агар $y = -9$ бошад.

28. а) $3a + 2b$, агар $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{4}$ бошад;

- б) $5(a + 2b)$, агар $a = \frac{1}{5}$, $b = 0,2$ бошад;
в) $(a + 5)b$, агар $a = 0,3$, $b = 0,4$ бошад;

- г) $\left(b + 2\frac{1}{3}\right)a$, агар $a = \frac{3}{7}$, $b = 7$ бошад.

29. а) $0,9x + 5,5$, агар $x = -6$ бошад;

- б) $3x - 2y$, агар $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{4}$ бошад;
в) $0,4x + 0,6y$, агар $x = 0,1$, $y = 0,2$ бошад;

г) $5x - 4y$, агар $x = 2\frac{3}{5}$, $y = 1\frac{3}{4}$ бошад.

30. а) $37x + 63x$, агар $x = 0,01$ бошад;

б) $34xy - 24xy$, агар $x = 3,2$, $y = 5$ бошад.

31. Ҿадвалҳои зеринро пур кунед:

| | | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----------------|---------------|---|---|----|----------------|
| x | -3 | -2 | -1 | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | 2 | 5 | 6 |
| y | -1 | -3 | 0 | $\frac{1}{3}$ | -2 | 4 | 3 | -5 | $-\frac{1}{2}$ |
| $3x - y$ | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----------------|---------------|---|---|----|----------------|
| a | -3 | -2 | -1 | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | 2 | 5 | 6 |
| b | -1 | -3 | 0 | $\frac{1}{3}$ | -2 | 4 | 3 | -5 | $-\frac{1}{2}$ |
| $ab + 3$ | | | | | | | | | |

32. а) Агар $a + b = 7$ бошад, $3(b + a)$ ба чӣ баробар аст?

б) Агар $x + y = 6$ бошад, $\frac{x + y}{3}$ ба чӣ баробар аст?

в) Агар $z + t = -1$ бошад, $-\frac{z + t}{5}$ -ро ҳисоб кунед.

г) Агар $u + v = 0$ бошад, $\frac{u + v}{-2}$ -ро ёбед.

33. Қимати ифодаҳои $a + b$ ва $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$ -ро ҳисоб кунед

ва онҳоро муқоиса намоед, ки агар:

а) $a = 3$, $b = 2$;

б) $a = 5$, $b = 1$;

в) $a = -3$, $b = -5$;

г) $a = 1$, $b = 6$. бошад.

34. Барои кадом қимати x ифодаи $3x + 5$ ба 14 баробар мешавад?

35. Барои кадом қимати y ифодаи $1,4y - 5$ ба 2 баробар мешавад?

36. Барои кадом қимати z ифодаи $\frac{3}{4}z + 4$ ба 10 баробар мешавад?

37. Барои кадом қимати t ва $u = 4$ ифодаи $2t + 3u$ ба 15 баробар мешавад?

3. Ифодаҳои айниятӣ

Баробариеро, ки он дар ҳамаи қиматҳои тагийирёбандажояш дуруст аст, айният меномем. Масалан, ифодаҳои $3x + y + 6$ ва $3(x + 2) + y$, $x - y + 7$ ва $x + (7 - y)$, $4ab + 8$ ва $4(ab + 2)$ ифодаҳои айниятӣ мебошанд. Мо онҳоро ин тавр менависем $3x + y + 6 = 3(x + 2) + y$, $x - y + 7 = x + (7 - y)$, $4ab + 8 = 4(ab + 2)$. Чунин баробарии баробарии айниятӣ меномем.

Аммо баробарии $7a + b = 4ab + 9$, $9x + 2 - x = 8x + 5$, $x + 2y + 1 = 2x + 3y - 4$ айният намебошанд, чунки дар ҳолати, масалан, $a = 2$, $b = 48$ будан $7a + b = 7 \cdot 2 + 48 = 62$, $4ab + 9 = 4 \cdot 2 \cdot 48 + 9 = 393$ мешавад, ки 62 ба 393 баробар нест, ё ки агар $x = 3$ бошад, $9x + 2 - x = 9 \cdot 3 + 2 - 3 = 26$ ва $8x + 5 = 8 \cdot 3 + 5 = 29$ мешавад, ва 26 баробари 29 нест. Пас, $7a + b = 4ab + 9$, $9x + 2 - x = 8x + 5$ айният нестанд.

Агар ба ҷои тагийирёбандай айният ягон ифодаеро гузорем, боз айният ҳосил мешавад. Масалан, агар дар айнияти $5(x - 4) + 8 = 5x - 12$ тагийирёбандай x -ро ба ифодаи $y + 5$ иваз кунем, $5(y + 1) + 8 = 5(y + 5) - 12$ -ро соҳиб мешавем, ки ин баробарӣ низ айният аст.

Баробарии дурусти ададӣ низ айниятҳо мебошанд. Масалан, $3^2 + 4^2 = 5^2$; $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$, $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$ ва

гайра. Аммо мо минбаъд бештар оиди айниятҳои тагийрёбандадор сухан меронем.

38. Оё ифодаҳои зерин айниятан баробаранд?

а) $x + 3x + 4x$ ва $8x$; г) $5 + 2x - 3 - 4x$ ва $-2x + 2$;

б) $x + x^2 + x^2$ ва x^5 ; д) $-a^2$ ва $(-a)^2$;

в) $x - y$ ва $y - x$; е) $2x - y$ ва $-y + 2x$;

39. Оё ифодаҳои зерин айниятан баробаранд?

а) $3 + 7xy$ ва $7yx + 3$; г) $(x + y) \cdot 0$ ва $x + y$;

б) $4x + 8$ ва $4(x + 8)$; д) $(x + y) \cdot 1$ ва $x + y$;

в) $13(ab - 2)$ ва $13ab - 26$; е) $(a - a) \cdot x$ ва 0 .

40. Дар ҳолати $x = 2$ будан қимати ифодаҳои $17x - 10$ ва $3x + 18$ баробаранд. Оё ин ифодаҳоро айниятан баробар гуфтан мумкин аст?

41. Дар ҳолати $a = 3$ будан қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

а) $3a - 7$ ва $5a - 13$; в) $17 - 5a$ ва $4a - 10$;

б) $4a + 3$ ва $3a + 5$; г) $12 - 3a$ ва $3a + 12$

42. Қиматҳои ифодаҳои x^3 ва x^5 дар ҳолатҳои $x = -1$, $x = 0$ ва $x = 1$ будан ба ҳамдигар баробаранд. Оё ин ифодаҳо айниятан баробаранд?

Айният будани баробарии дар машқҳои 43 - 45 омадаро исбот кунед.

43. а) $6a - (-3a + 12) = 3(3a + 4)$;

б) $2(-7x) + 2(6 + 5x) = -4(x - 3)$;

в) $24 - (-(6c - 10)) = 2(3c + 7)$.

44. а) $3x + 5y = 5y + 3x$; в) $(a + b)3a = 3ab + 3a^2$;

б) $3x - 5y = -(5y - 3x)$; г) $(a - b) \cdot (-2a) = 2ab - 2a^2$.

45. а) $(x + 3)(x - 7) = x^2 - 4x - 21$;

б) $(2x - 3)(x - 5) = 2x^2 - 13x + 15$;

$$\text{в)} (y+a)(y-a) = y^2 - a^2;$$

$$\text{г)} (a+4b)(a-4b) = a^2 - 16b^2.$$

4. Муқоисаҳои қиматҳои ифодаҳо

Дар амалияни ҳисобкунӣ лозим меояд, ки қиматҳои ду ифодаҳои ададӣ ё ҳарфи муқоиса карда шуда, баробарӣ ё қалону хурдии онҳо муқаррар карда шавад.

М а съ а л а. Автомобил аз шаҳри A ба шаҳри B , ки масофаи байнашон 123 км аст, бо суръати доимии 36 км/соат равона шуд. Ҳамзамон автомобили дигар аз шаҳри A ба шаҳри C , ки масофаи байнашон 208 км аст, бо суръати доимии 65 км/соат сафарӣ шуд. Муайян кунед, ки қадоме аз автомобилҳо ба макони таъиншуда тезтар рафта расид?

Ҳ а л: Формулаи ҳалли масъала $t = \frac{S}{V}$ аст, ки дар ин ҷо t - вақти сарфшуда, S - масофаи тайшуда ва V - суръати ҳаракат мебошад.

Вақти барои тайкардани масофаи аз шаҳри A то шаҳри B сарфшударо бо t_1 ишорат мекунем. Он гоҳ

$$t_1 = \frac{123}{36} = \frac{41}{12} = 3\frac{5}{12} \text{ (соат)} \text{ мешавад.}$$

Вақти барои тайкардани масофаи байни шаҳрҳои A, C сарфшударо бо t_2 ишорат карда, ҳосил мекунем:

$$t_2 = \frac{208}{65} = \frac{13 \cdot 16}{13 \cdot 5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5} \text{ (соат).}$$

Қисми бутуни t_1 ба қисми бутуни t_2 баробар аст. Пас, барои муқоисаи t_1 ва t_2 қисми касрии онҳо, яъне $\frac{5}{12}$ ва $\frac{1}{5}$ -ро муқоиса мекунем. Бо ин мақсад сурат ва маҳрачи касри якумро ба 5 ва сурату маҳрачи касри дуюмро ба 12 зарб мекунем, яъне

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{25}{60}, \quad \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{12}{60}.$$

Хотиррасон мекунем, ки аз ду касри маҳраҷояшон баробар ҳамонаш калон аст, ки сураташ аз сурати касри дигар

калон бошад. Аз ҳамин сабаб $\frac{25}{60} > \frac{12}{60}$, яъне автомобили аз

шахри *A* ба шахри *B* раҳсипоршуда то анчоми сафараши назар ба автомобили дуюм вақти зиёдтар сарф мекунад.

Барои муқоиса кардани ифодаҳои ҳарфӣ аввал қиматҳои ҳарфҳои онҳоро ба ҷойҳояшон гузошта, амалҳои нишон додашударо иҷро намуда, баъд натиҷаҳои ҳосилшударо муқоиса мекунем:

Мисол. Ифодаҳои $3a^2 + 4$ ва $5a + 6$ -ро дар ҳолатҳои $a = -1; 0; 1; 2; 3$ будан муқоиса мекунем:

Агар $a = -1$ бошад, ифодай $3a^2 + 4$ қимати $3 \cdot (-1)^2 + 4 = 7$ ва ифодай $5a + 6$ қимати $5 \cdot (-1) + 6 = 1$ -ро қабул мекунад, яъне $7 > 1$ ва аз ин рӯ, $3a^2 + 4 > 5a + 6$ мешавад.

Агар $a = 0$ бошад, $3a^2 + 4 = 3 \cdot 0 + 4 = 4$ ва $5a + 6 = 5 \cdot 0 + 6 = 6$ мешавад. Азбаски $4 < 6$ аст, аз ин рӯ, дар ин ҳолат $3a^2 + 4 < 5a + 6$ мешавад.

Агар $a = 1$ бошад, $3a^2 + 4 = 3 \cdot 1 + 4 = 7$ ва $5a + 6 = 5 \cdot 1 + 6 = 11$, яъне $7 < 11$ ва $3a^2 + 4 < 5a + 6$ мешавад.

Агар $a = 2$ бошад, $3a^2 + 4 = 3 \cdot 2^2 + 4 = 16$ ва $5a + 6 = 5 \cdot 2 + 6 = 16$ шуда, ба $3a^2 + 4 = 5a + 6$ соҳиб мегардем.

Агар $a = 3$ бошад, $3a^2 + 4 = 3 \cdot 3^2 + 4 = 3 \cdot 9 + 4 = 31$ ва $5a + 6 = 5 \cdot 3 + 6 = 21$ мешавад, ки аз ин чо $31 > 21$ ва боз ба $3a^2 + 4 > 5a + 6$ соҳиб мешавем.

Агар $a > 2$ бошад, ҳама вақт $3a^2 + 4 > 5a + 6$ мешавад. Ҳисобкуниҳоро мустақилона иҷро карда, худатон ба ин боварӣ ҳосил кунед.

Ҳамин тарик, ифодаҳои ҳарфӣ дар қиматҳои гуногуни тагийирёбандахояшон қиматҳои гуногун қабул карда метавонанд ва вобаста ба ин калону хурдии онҳо ҳам дигар шуда меистанд.

Агар қимати ифодаи адади $5:6$ – ро ҳисоб карданӣ шавем, $5:6 = 0,8333\dots$ мебарояд. Пас, ифодаи $5:6$ аз $0,8$ калон ва аз $0,9$ хурд аст, яъне $5:6 > 0,8$ ва $5:6 < 0,9$ мебошад. Ин ду

нобаробариро дар намуди $0,8 < \frac{5}{6} < 0,9$ навишта, онро *нобаробарии дукаратат* меномем. Инчунин нобаробариҳои намуди $n \leq m$ (n хурд ё баробари m) $n \geq m$ (n калон ё баробари m) $n \leq k < m$, $n \geq k > m$ ва гайра мавҷуданд.

Нобаробарии намуди $a > b$ ва $a < b$ - ро *нобаробарии қатъӣ* меноманд. Нобаробарии намуди $a \geq b$ ва $a \leq b$ - ро *нобаробарии гайриқатъӣ* ном мебаранд.

46. Ифодаҳои зеринро муқоиса карда, онҳоро бо аломатҳои нобаробарӣ пайваст кунед:

а) 14 ва 17; б) -3 ва 0 ; в) -13 ва -12 ; г) 0 ва 1 .

47. Қимати ифодаҳоро муқоиса кунед:

а) $37 + 0,4$ ва $0,4 + 36$; в) $5 \cdot 7 + 4$ ва $6 \cdot 7 + 4$;

б) $4 - 17$ ва $17 - 4$; г) $6 : 0,4 \cdot 15$ ва 1 .

48. Қимати ифодаҳоро муқоиса кунед.:

а) $3,2 \cdot 0,04$ ва $3,02 \cdot 0,04$; в) $(31,5 : 1,5) : 5$ ва $(21,5 : 1,5) \cdot 2$:

б) $31,5 : 1,5$ ва $21,5 \cdot 1,5$; г) $(4,2 : 2,1) - 2$ ва $(5 \cdot 0,4 - 2) \cdot 7$.

49. Қимати ифодаҳоро муқоиса кунед:

а) $\frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{5} \cdot 10$ ва 4 ; в) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}$ ва $\frac{1}{7} \cdot 0,3$;

б) $3\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}$ ва $\frac{4}{5} + 4\frac{1}{5}$; г) $\frac{13}{17} - \frac{5}{6}$ ва $\frac{1}{9} - \frac{1}{3}$.

50. Кимати ифодахоро мүқоиса кунед:

а) $19 \cdot \frac{4}{7}$ ва $19 : \frac{7}{4}$; в) $0,5 \cdot 0,2 : 0,1$ ва $2 : 0,5 \cdot 0,4$;

б) $9 : 0,36$ ва 25 ; г) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ ва $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.

51. Кимати ифодахой зеринро мүқоиса кунед:

- а) $10 + 2a$ ва $10 - 2a$ ҳангоми $a = -2; 2$ будан;
б) $3b - 7$ ва $(3 - b) : 7$ ҳангоми $b = -3; 0; 3$ будан;
в) $4 - 3x$ ва $4 + 3x$ ҳангоми $x = -4; 0; 4$ будан;
г) $x \cdot y$ ва $x : y$ ҳангоми $x = 1,2; y = 0,5$ будан.

52. Оё нобаробарии зерин дуруст аст?

- а) $x - 3 < 2x$ ҳангоми $x = -2; 0; -4$ будан;
б) $5x + 1 > 3x - 2$ ҳангоми $x = -1; -2; -1,5$ будан;
в) $4x : 3 < \frac{4}{3}x$ ҳангоми $x = 0; 1; 2$ будан;
г) $6,2 \leq x : 4$ ҳангоми $x = -3,1; 42; 24,8$ будан.

53. Ҷумлахой зеринро дар намуди нобаробарии дукарата нависед:

- а) 3 хурд аз 3,2 ва 3,2 хурд аз 3,3;
б) 0,7 хурд аз 0,8 ва 0,8 хурд аз 1;
в) 14,2 калон аз 12 ва 12 калон аз 10;
г) 14,2 калон аз 12 ва 12 хурд аз 13;
д) - 4,2 хурд аз - 4 ва - 4,2 калон аз - 5;
е) x хурд аз y ва x калон аз z .

54. а) Ҳамаи ададҳои аз -1 калону аз 1 хурдро бо аломатҳои нобаробарӣ ифода кунед;

б) ҳамаи ададҳои аз -3 хурд набуда ва аз 7 калон бударо бо аломатҳои нобаробарӣ ифода кунед;

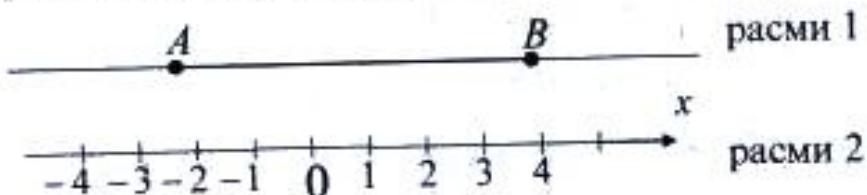
в) ҳамаи ададҳои аз -7 калону аз 7 хурд бударо бо аломатҳои нобаробарӣ нависед;

г) ҳамон ададҳоеро бо аломатҳои нобаробарӣ нависед, ки онҳо аз 5 хурду аз 17 калон набошанд.

5. Дар хати рости координатӣ

тасвир кардани муқоисаи ададҳо

Ёдрас мекунем, ки хати рости координатӣ чӣ хел ҳосил мешавад. Мо соҳтани хати рости AB -ро медонем (расми 1). Дар хати рост нуқтаэро гирифта, онро бо ҳарфи O ишора мекунем ва ба вай номи нуқтаи сарҳисобро медиҳем. Баъд масштаб (порчаи дарозиаш ба 1 баробар)-ро интихоб карда, аз нуқтаи сарҳисоб ба ду тараф дар хати рост пай дар пай мегузорем. Баъд дар ин хати рост самти мусбат қабул мекунем. Ҳамин тарик, шакли ҳосилшударо *хати рости координатӣ* меномем. Онро ғоҳе *хати рости ададӣ* ва ғоҳи дигар *тири координатӣ* ё тири Ox меноманд (расми 2).



Ба ҳар як адад нуқтаи ягонаи хати рости координатӣ мувоғиқ гузашта мешавад.

Масалан, ба адади 3 нуқтаи A мувоғиқ меояд, ки он аз нуқтаи сарҳисоб дар масофаи 3 воҳиди самти мусбат мавқеъ гирифта аст. Ба адади -2 нуқтаи B мувоғиқ гузашта мешавад, ки он аз нуқтаи сарҳисоб дар масофаи 2 воҳиди самти ба самти мусбат муқобил (самти манғӣ) мавқеъ мегирад. Ҳамин тарик, ба адади $3,5$ нуқтаи C ва ба адади $-3,2$ нуқтаи D мувоғиқ гузашта мешавад (расми 3).



Агар нуқтаи координатааш a дода шуда бошад, онро дар амалия кӯтоҳакак «нуқтаи a » мегӯем. Барои ёфтани масофаи байни нуқтаҳои a ва b ин масофаро бо d ишорат карда, формулаи $d = |a - b|$ -ро кор мефармоем.

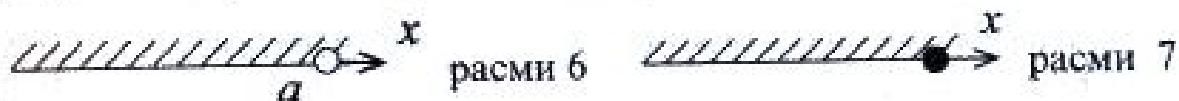
Дар хати рости координатӣ нуқтаи координатааш a -ро ба қайд мегирем. Ҳамаи нуқтаҳои аз нуқтаи координатааш a дар тарафи рост мавқеъ гирифтаро бо x

ишорат намуда, ҳамин кисми хати рости координатиро штрих мекунем (расми 4). Мачмӯи ҳамаи ин нуктаҳоро дар намуди $x > a$ менависем ва онро нури күшод номида, бо $(a, +\infty)$ ишорат мекунем, ки дар ин чо $+\infty$ -ро «плюс беохир» гуфта меҳонем. Ба ин мачмӯъ худи a дохил намешавад. Агар ба ин мачмӯъ худи a ҳам дохил шавад, онро дар намуди $x \geq a$ менависем ва нуктаи координатааш a -ро ранг мекунем (расми 5).



Нобаробарии $x \geq a$ -ро дар намуди $[a, +\infty)$ навишта, онро нур меномем.

Ҳамаи нуктаҳои аз a дар тарафи чап воеъ бударо бо нобаробарии $x < a$ навишта, онро низ нури күшод мегўем ва бо $(-\infty, a)$ ишорат мекунем (расми 6). Дар ин чо аломати $-\infty$ -ро «минус беохир» меҳонем.

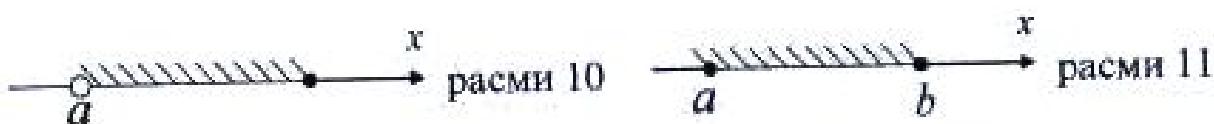


Агар ба ин мачмӯъи нуктаҳо худи нуктаи координатааш a ҳам дохил шавад, $x \leq a$ ё $(-\infty, a]$ навишта, онро низ нур меномем (расми 7).

Дар хати рости координатӣ нуктаҳои координатааш a ва b -ро чунон қайд мекунем, ки нуктаи координатааш a чаптари нуктаи b мавқеъ гирад. Нуктаи дилҳоҳи дар байни нуктаҳои координатаашон a ва b воеъ бударо бо x ишорат карда, ба нобаробарии $a < x < b$ соҳиб мешавем. Мачмӯи ҳамаи ин нуктаҳо интервал номида шуда, бо (a, b) ишорат карда мешавад (расми 8).



Ба нобаробарии $a \leq x < b$ ниминтервал ном ниҳодаанд ва онро дар намуди $[a, b)$ менависанд (расми 9). Ба нобаробарии $a < x \leq b$ низ ниминтервал ном ниҳода, онро дар намуди $(a, b]$ менависанд (расми 10).



Ба интервали (a, b) худи a ва b -ро хамроҳ намуда, онро дар намуди $a \leq x \leq b$ ё $[a, b]$ менависанд ва онро *порча мегӯянд* (расми 11).

Қайд мекунем, ки интервали (a, b) қисми умумии нурҳои кушоди $(-\infty, b)$ ва $(a, +\infty)$ мебошад. Инро буриши он ду нурҳои кушод номида, ин тавр ишорат мекунем: $(a, b) = (-\infty, b) \cap (a, +\infty)$ (расми 12).



Порчай $[a, b]$ қисми умумии нурҳои $(-\infty, b]$ ва $[a, +\infty)$, яъне буриши ин нурҳо мебошад (расми 13), ки онро ба таври $[a, b] = (-\infty, b] \cap [a, +\infty)$ менависем.

Нобаробарии $x^2 > a$ -ро, ки $a < 0$ аст, ҳамагуна адад қаноат мекуноанд. Мачмӯи ин ададхоро бо $(-\infty, +\infty)$ ишорат мекунем, ки худи хати рости координатӣ мебошад (расми 14).



Нобаробарии $|x| \leq a$ -ро, ки $a > 0$ аст, адади дилҳоҳи порчай $[-a, a]$ қаноат мекуноанд.

Нобаробарии $|x| > a$ -ро, ки $a > 0$ аст, адади дилҳоҳи ниминтервалҳои $(-\infty, -a)$ ва $(a, +\infty)$ қаноат мекуноанд, ки онҳоро якҷоя карда, якҷояшави ниминтервалҳои $(-\infty, -a)$ ва $(a, +\infty)$ меноманд ва ин тавр ишорат мекунанд: $(-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ (расми 15).



Аломати x -ро «якчояшавӣ» гуфта меҳонанд. Нобаро барии $|x| \geq a$ -ро, ки $a > 0$ аст, адади дилҳоҳи якчояшавии нурҳои $(-\infty, a]$ ва $[a, +\infty)$ қаноат мекунонад (расми 16).

Истилоҳҳои нур, нури кушод, интервал, ниминтервал, порҷаро ба як истилоҳи *фосилаҳои ададӣ* иваз кардан ҳам мумкин аст.

Ишоратҳои $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ ва $(-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$ -ро низ фосилаҳои ададӣ мегӯянд.

Барои хотирмон шудани ин мағҳумҳо онҳоро дар як ҷадвал ҷой медиҳем (ҷадвали 1).

Мисоли 1. Дар ҳати рости координатӣ нуктаҳои $A(5)$ ва $B(-2)$ дода шудаанд. Масофаи байни ин нуктаҳоро ёбед.

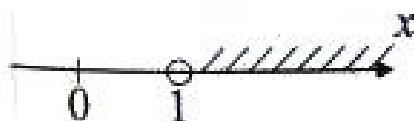
Ҳал: Аз формулаи масофаи байни нуктаҳои $A(a)$ ва $B(b)$, ки намуди $d = |a - b|$ -ро дошт, истифода мебарем:

$$AB = |5 - (-2)| = |5 + 2| = |7| = 7.$$

Мисоли 2. Дар ҳати рости координатӣ фосилаҳои ададии зеринро тасвир кунед ва номашонро гӯед:

а) $(1, +\infty)$; б) $[3, 7]$; в) $[-2, 4]$

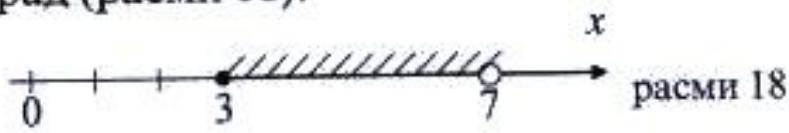
Ҳал: а) Дар ҳати рости координатӣ адади 1-ро тасвир карда, ҳамаи нуктаҳои дар тарафи рости он мавҷуд бударо штриҳ мекунем. Фосилаи ададии дар ҳати рости координатӣ тасвир шуда интервали $(1, +\infty)$ аст (расми 17).



б) Дар ҳати рости координатӣ ададҳои 3 ва 7-ро қайд мекунем ва ҳамаи нуктаҳои дар байни ин ададҳо мавҷуд бударо штриҳ менамоем. Нуктаи ба адади 3 мувоғикро ранг мекунем.

Нуктаи ба адади 7 мувоғикро бо давраҳаи дарунхолӣ тасвир менамоем. Қисми штриҳ кардашудаи

Хати рости координаттің ұлғасында аст та он номи нүррөдорад (расми 18).



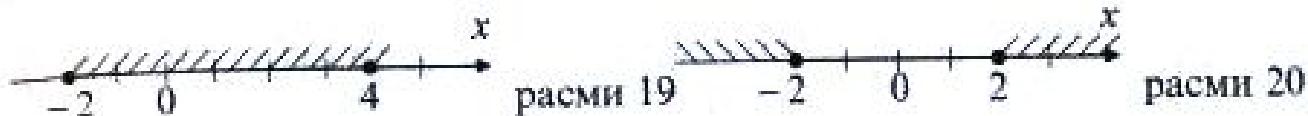
расми 18

Чадвали 1

| Навиши геометрій | Навиши алгебравій | Ишоратқуның | Номи фосилахон аладай |
|------------------|---------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| | $x > a$ | $(a, +\infty)$ | Нури күшод |
| | $x \geq a$ | $[a, +\infty)$ | Нур |
| | $x < a$ | $(-\infty, a)$ | Нури күшод |
| | $x \leq a$ | $(-\infty, a]$ | Нур |
| | $a < x < b$ | (a, b) | Интервал |
| | $a \leq x < b$ | $[a, b)$ | Ниминтервал |
| | $a < x \leq b$ | $(a, b]$ | Ниминтервал |
| | $a \leq x \leq b$ | $[a, b]$ | Порча |
| | $a < x < b$ | $(-\infty, b) \cap (a, +\infty)$ | Буриши ду нурхон күшод |
| | $a \leq x \leq b$ | $(-\infty, b) \cap (a, +\infty)$ | Буриши ду нур |
| | $x^2 > a, a > 0$ | $(-\infty, +\infty)$ | Хати рости координаттің якшашыннан интервалдары $(-\infty, -a)$ және $(a, +\infty)$ |
| | $ x > a, a > 0$ | $(-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ | Якшашыннан нурхон $(-\infty, -a)$ және $(a, +\infty)$ |
| | $ x \geq a, a > 0$ | $(-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$ | Якшашыннан нурхон $(-\infty, -a]$ және $[a, +\infty)$ |

в) Дар хати рости координатӣ ададҳои -2 ва 4 -ро тасвир мекунем. Нуктаҳои ба ададҳои -2 ва 4 мувофик гузоштаро ранг мекунем. Ҳамаи нуктаҳои дар байни ин адалҳо мавқеъ гирифттаро штрих менамоем. Дар натиҷа тасвире хосил мешавад, ки онро *порча* меноманд (расми 19).

Мисоли 3. Дар хати рости координатӣ маҷмӯи ҳалҳои нобаробарии $|x| \geq 2$ -ро тасвир кунед.



Ҳал: Агар маҷмӯи ададҳои аз -2 ҳурд ва аз 2 калонро дар нобаробарии $|x| \geq 2$ ба ҷои x гузорем, ҳамаи онҳо ин нобаробариро қаноат мекунонанд. Ҳуди ададҳои -2 ва 2 низ ҳалли нобаробарии мазкур мебошад. Ин маъни онро дорад, ки $x \leq -2$ ва $x \geq 2$ мебошад. Ин нобаробариро дар хати рости координатӣ тасвир мекунем (расми 20).

- 55.** Нуктаҳои зеринро дар хати рости координатӣ тасвир кунед:
- $A(3), B(-2), C(3,5), D(-1,2);$
 - $M(4), N(-3), P(-2,5), Q(1,5);$
 - $L(2), K(-6), E(3,6), F(-0,7);$

$$\text{г) } R\left(\frac{3}{4}\right), S\left(-\frac{1}{2}\right), T\left(1\frac{3}{4}\right), H\left(-1\frac{1}{2}\right).$$

- 56.** Фосилаҳои аддии нишон дода шударо дар хати рости координатӣ тасвир кунед ва онҳоро ба воситаи аломатҳои нобаробарӣ нависед:

- $(4, +\infty);$
- $(-\infty, 1);$
- $(-1, +\infty);$
- $(0, +\infty);$
- $(-\infty, 2);$
- $(-\infty, -3);$
- $[-3, +\infty);$
- $[-3; 2].$

Ҳалли нобаробариҳоро дар хати рости координатӣ тасвир кунед. Фосилаҳои ба онҳо мувофиқояндаро нависед.

- 57.** а) $x > 2;$ б) $x > -2;$ в) $x < 4;$ г) $x < -4.$

- 58.** а) $x \geq -1;$ б) $x \geq -4;$ в) $x \leq 3;$ г) $x \leq -2.$

- 59.** а) $-1 < x < 2;$ б) $1 < x < 3;$ в) $-4 < x < -1;$ г) $2 < x < 4.$

- 60.** а) $0 \leq x \leq 3$; б) $-4 \leq x \leq 0$; в) $1 \leq x \leq 4$; г) $3 \leq x \leq 5$.
61. Кадоме аз ададхой зерин ба фосилаи $(-2;5]$ мутааллиқанд? а) $-2,1$; б) -2 ; в) -1 ; г) 3 ; д) 5 .

- 62.** Кадоме аз ададхой зерин ба фосилаи $[-3;7]$ мутааллиқанд? а) -3 ; б) $-2,9$; в) 0 ; г) 6 ; д) 7 .

- 63.** Кадоме аз ададхой $-1, 0, 1, 4, 6, -7, 10$ ба фосилахой зерин мутааллиқанд?

а) $(2;5]$, б) $[-2;4]$, в) $(2;4)$, г) $(4;11]$, д) $[-8;1]$.

- 64.** Кадоме аз ададхой $-1, 0, 1, 4, 6, -7, 10$ ба фосилахой

а) $(2;5]$, б) $(-2;4]$, в) $(2;4)$, г) $[4;11]$ мутааллик нестанд?

- 65.** Кадом ададхой бутун ба фосилахой

а) $[2;4]$, б) $(-3;1]$, в) $(0;1)$,

г) $\left(1;1\frac{1}{2}\right)$, д) $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$, е) $(2,1;3,4)$ мутааллиқанд?

- 66.** Агар a адади хурдтарини натуралий ва b адади хурдтарини бутуни ба фосилаи $[0;2]$ мутааллик бошад, он гох a калон аст ё b ?

6. Табдилдихий айниятти ифодахо

Иваз кардани як ифода ба ифодаи дигари ба он айниятин баробарро табдилдихий айниятти ифодаҳо ё мухтасир табдилдихий айниятӣ мегӯем.

Табдилдихий айниятӣ бо истифодаи кавсҳо, аломатҳои амалҳои математикий, хосиятҳои ин амалҳо ва ададҳо гузаронида мешавад.

Табдилдихий айниятӣ ба мо ҳанӯз аз синфи 5-ум маълум буд. Мо қонуни тақсимотии зарбро истифода бурда, ифодаи $x + 3x - 2x$ -ро ин тавр табдил медодем:

$$x + 3x - 2x = (1 + 3 - 2)x = 2x.$$

Бигзор хисоб кардани қимати ифодаи $xy + xz$, ҳангоми $x = 3$; $y = 5,2$; $z = 4,8$ будан, талаб карда шудааст. Мо

метавонем ин қиматҳои x , y , z -ро ба ҷойхояшон гузорем:

$$xy + xz = 3 \cdot 5,2 + 3 \cdot 4,8 = 15,6 + 14,4 = 30.$$

Мо метавонем, ки ҳамин натичаро бо истифодаи табдилхии айниятни ифодан додашуда соддатар ҳосил кунем:

$$xy + xz = x(y + z) = 3 \cdot (5,2 + 4,8) = 3 \cdot 10 = 30$$

Табдилдихий айниятти ифодахо ба хисоб кардани
кимати ифодахо, ҳал кардани муодилаҳо ва муоинай
масъалаҳои дигар татбиқ мешавад.

Ихтисори касрҳо, ба зарбкунандаҳо чудо кардани бисёрузва, хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралий ва гайра низ мисолҳои барҷастаи табдилдиҳии айниятии ифодаҳо мебошанд, ки онҳоро сонитар меомӯзем.

Узвхон монандро ислох намоед:

67. a) $3x + 7 - 2x$; b) $4x - 5 + 6x + 15$;
 b) $7a + 5 + 2a$; c) $-b - 5 + 11b - 8$.
 68. a) $6x + 3y - x - y$; b) $-x - y - x - y$;
 b) $17a - 21a + 9b + b$; c) $1,2a - 0,3b + 1,8a - 0,7b$.

Ифодаро содда карда, қиматашро ёбед.

69. а) $(3x + 2) - (4x + 5)$ ҳангоми $x = 1,3$ будан;
б) $(6x - 5) + (-7x + 5)$ ҳангоми $x = 0,05$ будан;
в) $13 + 3x - (2 - 5x)$ ҳангоми $x = -1,2$ будан;
г) $(9x - 53) - (-x + 7) + 60$ ҳангоми $x = 0,04$ будан.

70. а) $0,3(a - 2) + 0,7a + 0,4$ ҳангоми $a = 0,8$ будан;
б) $6(0,6b - 5) + 1,4b + 27$ ҳангоми $b = \frac{1}{5}$ будан;
в) $-\frac{1}{4}(16p - 8) + 2,7p - 1$ ҳангоми $p = -\frac{1}{13}$ будан;

г) $5(0,2 + 2n) + 11n - \frac{1}{2}$ ҳангоми $n = -\frac{1}{7}$ будан.

71. Исбот кунед, ки ифодаи $a + b - c$ дар ҳолати $a = 3x + 5$, $b = -x + 2$, $c = 2x + 7$ будан ба ифодаи $c - b - a$ айниятан баробар аст.

72. а) Оё ифодаҳои $3(b - a)$, $-3(a - b)$, ва $3b - 3a$ айниятан баробаранд?

б) Оё баробарии $(a \cdot 4 + 8) : 4 - a = 2$ айният аст?

73. Дар айнияти $3x + 4x + 7 = 7x + 7$ тағйирёбандаи x -ро ба ифодаи $y + 2$ иваз кунед. Оё баробарии ҳосилшуда боз айният мешавад?

74. Баробарии $(m + n)k = mk + nk$ айният аст. Оё баробарии $(m + n)(x + y) = m(x + y) + n(x + y)$ айният мешавад?

75. Дар айнияти $x + 4x = 5x$ тағйирёбандаи x -ро ба ифодаи $2y - 3$ иваз кунед. Оё дар натиҷа боз айният ҳосил мешавад?

76. Дар ифодаи $4a - a = 3a$ тағйирёбандаи a -ро ба ифодаи $1,5x + 3,6$ иваз кунед. Оё дар натиҷа боз айният ҳосил мешавад?

77. Дар ифодаи $3x + 7$ тағйирёбандаи x -ро ба ифодаи $2y + 1$ иваз кунед ва қимати ифодаи аввали ва қимати сонӣ ҳосилшударо дар ҳолати $x = 5$ ва $y = 2$ будан хисоб кунед.

Машқҳо барои кори мустакилона

Вариант 1

1. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

а) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10} + 7,1$; б) $62,5 : 2,5 - 2001 : 3$; в) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$.

2. Қимати ифодаи $\frac{a}{2} - 3a$ -ро ҳисоб кунед, ки агар $a = 3$ бошад.

3. Оё ифодаҳои зерин айниятан баробаранд?

а) $x - 3x + 11x$ ва $9x$; б) $1 + x + x^2$ ва $1 + x^3$.

Варианти 2

1. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3$; б) $3,5 : 0,7 - 5 + 3 : 3$; в) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.

2. Қимати ифодаи $-b + 0,9b + 0,1b + 5$ -ро ҳисоб кунед, ки агар $b = -2$ бошад.

3. Оё ифодаҳои зерин айниятан баробаранд?

а) $y + 4y - 5y$ ва 0 ; б) $3 - y + y^3$ ва $3 - y^2$.

Варианти 3

1. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

а) $\frac{3}{2} - 1,5 + 4 \cdot 0,1 + 0,6$; б) $1,5 \cdot 5 : 7,5$; в) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$.

2. Қимати ифодаи $c^2 - 0,9 + 4c$ -ро ҳисоб кунед, ки агар $c = 0,3$ бошад.

3. Оё ифодаҳои зерин айниятан баробаранд?

а) $2z - 0,5 - 1,5z + 7$ ва 7 ; б) $a + 3z - 1,5z^2$ ва $a + 1,5z^2$.

Варианти 4

1. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

а) $5 + \frac{5}{2} + 2,5 - 10 + 1$; б) $3,5 \cdot 3 : 105 - 0,5$; в) $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5$.

2. Қимати ифодаи $d^3 + d^2 - d - 2$ -ро ҳисоб кунед, ки агар $d = -1$ бошад.

3. Оё ифодаҳои зерин айниятан баробаранд?

а) $2t + 11$ ва $11 + 2t$; б) $5t - 7$ ва $7 - 5t$.

7. Маълумот оид ба муодила

Муодила лафзи арабӣ буда, маънояш баробаркунӣ аст.

Баробариеро, ки он ададҳои номаълуми бо ҳарфҳо ишоратшуда дорад, муодила меномем. Ададҳои номаълуми онро тагийирёбандаҳо низ мегӯем. Тагийирёбандаҳоро аксар вакт бо ҳарфҳои охирӣ алифбои лотинӣ x , y , z (икс, игрек, зет) ва гайра ишорат мекунем. Онҳоро бо ҳарфҳои дигар нишонанд, ишорат кардан мумкин аст.

Баробарии $11x - 18 = 5x$ муодила мебошад. Агар баҷои тагийирёбандаи x адади 3-ро гузорем, баробарии адади 5 дуруст ҳосил мешавад, яъне $11 \cdot 3 - 18 = 5 \cdot 3$. Дар ин мавриди мегӯем, ки адади 3 муодиларо қаноат мекуноанд, яъне онро ба баробарии дуруст табдил медиҳад.

Қиматҳои ададии тагийирёбандаро, ки муодиларо ба баробарии дуруст табдил медиҳанд, решашои муодила ё ҳалҳои муодила меноманд. Муодила метавонанд, ки якто, якчандто, бешумор решашо дошта бошад, ё ҳал надашта бошад.

Муодилаи $4x - 21 = x$ факат як решашо $x = 7$ -ро дорад.

Муодилаи $(x - 1) \cdot (x + 4) = 0$ ду решашо дорад: $x = 1$, $x = -4$.

Муодилаи $(x + 5)(x - 7)(x + 3) = 0$ се решашо дорад: $x = -5$, $x = 7$, $x = -3$.

Муодилаи $4x - 7 = (2x - 5) + 2x - 2$ ҳалҳои бешумор дорад. Барои ҳамаи қиматҳои x муодила қаноат кунонид, мешавад.

Муодилаи $x + 5 = x$ ягонто ҳам решашо надорад. Дар ҳақиқат, барои ҳар як қимати тагийирёбандаи x ҳама вакт $x + 5$ аз x калон аст.

Амалиёти ёфтани ҳамаи решашои муодила ё исбот кардани набудани решашоро ҳал кардани муодила мегӯем.

Ҳар як муодила тарафҳои чапу рост ва узвҳо дорад. Дар муодилаи $3x - 22 = 2x$ ифодаи $3x - 22$ тарафи чандни муодила, $2x$ тарафи рости муодила ва $3x$, $- 22$, $2x$ узвҳои муодила мебошанд.

Ду муодилаҳо баробаркувва номида мешаванд, ки агар решашои ҳар яке аз онҳо решашои муодилаи дуюм ҳам шаванд.

Муодилаҳои $(2x - 1)(2x + 1) = 0$ ва $4x^2 = 1$ решоҳои яхелаи

$x = \frac{1}{2}$ ва $x = -\frac{1}{2}$ -ро соҳибанд. Пас, онҳо муодилаҳои

баробаркувваанд. Муодилаҳои решоҳа надошта ҳам муодилаҳои баробаркувванд. Муодилаҳои $(x - 5)(x - 4) = 0$ ва $(x - 5)(x + 3) = 0$ якторӣ решоҳои яхелаи $x = 5$ -ро доранд.

Аммо решоҳа дуюми муодилаи аввал $x = 4$ ва решоҳа дуюми муодилаи сонӣ $x = -3$ мебошад, яъне онҳо решоҳа дуюми яхела надоранд. Пас, ин муодилаҳо баробаркувва нестанд. Муодилаи $5x = 4x + 3$ решоҳа $x = 3$ -ро дорад. Агар ба ҳардӯи тарафи ин муодила ифодаи $-4x$ -ро ҷамъ кунем, муодилаи $5x - 4x = 4x - 4x + 3 \Leftrightarrow 5x - 4x = 3$ ҳосил мешавад, ки решоҳа он ҳам $x = 3$ аст, яъне муодилаҳои $5x = 4x + 3$ ва $5x - 4x = 3$ баробаркувваанд. Пас, ба ҳардӯи тарафи муодила ҷамъ кардани ифодаи $-4x$ маъни онро дорад, ки ифодаи $4x$ -ро аз тарафи рости муодила ба тарафи чапи он бо аломати муқобилаш гузаронидан мумкин аст. Ҳамин тарик, агар ягон узви муодиларо аз як тарафи он бо аломати муқобилаш ба тарафи дигари он гузаронем, он гоҳ муодилаи ба муодилаи аввала баробаркувва ҳосил мешавад. Ба монанди ҳамин, агар ҳардӯи тарафи муодиларо ба ҳамон як адади гайринолӣ зарб ё таксим кунем, муодилаи ба муодилаи додашуда баробаркувва ҳосил мешавад.

Бо ҳамин ҳосиятҳои асосии зерини муодиларо баён мекунем, ки онҳо ҳангоми ҳалли муодилаҳо истифода бурда мешаванд:

ҳар як узви муодиларо бо аломати муқобилаш аз як тарафи муодила ба тарафи дигари он гузаронидан мумкин аст;
ҳардӯи тарафи муодиларо ба ҳамон як адади гайринолӣ зарб ё таксим кардан мумкин аст.

Дар ҳамин асос муодилаҳои зерин баробаркувваанд:

$$1) 4x + 7 = 2x + 11 \quad \text{ва} \quad 4x - 2x = 11 - 7;$$

$$2) 3x + 1 = 4x - 2 \quad \text{ва} \quad 15x + 5 = 20x - 10;$$

$$3) 8x + 4 = 6x - 10 \quad \text{ва} \quad 4x + 2 = 3x - 5.$$

78. Тарафи чапу рости мудиларо номбар кунед:

а) $4x + 3 = 7x - 5$; в) $0,2y + 7 = 2,2y$;

б) $\frac{1}{2}x - 2 = \frac{2}{3}x + 5$; г) $5t - 15 = 0$.

79. Узвхой мудиларо номбар кунед:

а) $12x - 9 = 5 + 7x$; в) $0,4x = 10$;

б) $5y + 6 = y$; г) $8y - 3 = 0$.

80. Фаҳмонед, ки чаро мудилаҳои зерин ҳал надоранд:

а) $x + 2 = x$; в) $13 - x = 12 - x$;

б) $4y - 3 = 4y$; г) $y - 7 = 7 + y$.

81. Нишон дигед, ки мудилаи:

а) $2x + 3 = 3x$ ҳалли $x = 3$ -ро дорад;

б) $y - 5 = 2y$ ҳалли $y = -5$ -ро дорад;

в) $4z - 3 = 2z + 6$ ҳалли $z = 4\frac{1}{2}$ -ро дорад;

г) $7t + t = 2t$ ҳалли $t = 0$ -ро дорад.

82. Нишон дигед, ки мудилаи:

а) $(x - 1)(x + 3) = 0$ ҳалҳои $x = 1$ ва $x = -3$ -ро дорад;

б) $y(2y - 4) = 0$ ҳалҳои $y = 0$ ва $y = 2$ -ро дорад;

в) $z^2 = 1$ ҳалҳои $z = -1$ ва $z = 1$ -ро дорад;

г) $t^2 = 9$ ҳалҳои $t = -3$ ва $t = 3$ -ро дорад.

83. Оё адади 2 решай мудилаҳои зерин мешавад?

а) $2(4x - 3) = 3x + 4$; в) $x - 2 = 0$;

б) $3(2x - 1)(x + 5) = 62$; г) $0 \cdot x = 2$.

84. Кадоме аз ададҳои $-3; -1; 0; 0,5; 4$ решай мудилаи зерин мешаванд?

а) $27x + 75 = x - 3$; в) $x - 2 = 0$;

б) $23y + 19 = 3y - 1$; г) $3t + 4 = 2t + 4,5$.

85. Оё мудилаҳои:

а) $3x + 5 = 3x + 7$; б) $4y = y$ решадоранд?

86. Оё мудилаи $x^2 + 4 = 0$ решадорад?

Ҳа л: Барои қиматҳои дилҳоҳи x ифодаи x^2 манғӣ шуда наметавонад. Бинобар ин $x^2 + 4$ ҳама вақт адади мусбат аст, яъне $x^2 + 4$ ҳеч гоҳ ба 0 баробар намешавад. Пас, мудилаи $x^2 + 4 = 0$ решадорад.

87. Оё мудилаҳои зерин решадоранд?

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| а) $x^2 + 2 = 0$; | г) $5y^8 + 1 = 0$; |
| б) $x^6 + x^4 + x^2 + 7 = 0$; | д) $3 + (y - 2)^6 = 0$; |
| в) $(9 - x)^2 = -1$; | е) $(5y + 6)^{12} = -1$. |

88. Мудилаэро тартиб дихед, ки решаш:

- а) 4; б) -3; в) 0; г) 0,7 бошад.

Оё мудилаҳои дар машқҳои 89 - 94 нишон додашуда баробаркувваанд?

89. а) $3x + 2x = 10$ ва $5x = 10$;

б) $9x - 3x = 18$ ва $6x = 18$.

90. а) $3(x - 8) = 6$ ва $3x - 24 = 6$;

б) $0,4(5y - 3) = 8,8$ ва $2t - 1,2 = 8,8$.

91. а) $14(2y - 1) = 0$ ва $2y - 1 = 0$;

б) $5y - 7 = 21$ ва $5y = 28$.

92. а) $9 + (3x - 2) = 2x + 10$ ва $x + 7 = 10$;

б) $5(x - 1)(x + 3) = 0$ ва $x - 1 = 0$.

93. а) $(x - 1)(x + 1) = 0$ ва $x^2 - 1 = 0$;

б) $(x - 2)(x + 2) = 12$ ва $x + 2 = 6$.

94. а) $9(z + 3) = 27$ ва $z + 3 = 3$;

б) $3(t + 1) = 6$ ва $18(t + 1) = 36$.

95. Узви тагийрёбандадори муодилахи зеринро аз тарафи росташон ба тарафи чапашон гузаронед:

а) $13x - 6 = 3x + 14$; в) $8y + 5 = 7y$;

б) $0,6x - 0,6 = x - 3$; г) $8 - 3\frac{2}{3}y = \frac{1}{3}y + 4$.

96. Узви тагийрёбандадори муодилахи зеринро аз тарафи чапашон ба тарафи росташон гузоред:

а) $3x + 5 = 4x$; в) $7,5 - 3z = 2z$;

б) $27 - 0,7y = 2y$; г) $3 + \frac{4}{5}t = t$.

97. Муодилаи $14x + 3 = 5x + 21$ -ро содда кунед.

Ҳал: $14x - 5x = 21 - 3$, $9x = 18$.

98. Муодиларо содда кунед:

а) $15x - 7 = 9x + 11$; в) $\frac{3}{5}z - 4 = \frac{3}{10}z - 1$;

б) $0,8y + 6 = 0,7y + 6,5$; г) $6,5 - 6,5t = 8,5 - 7,5t$.

99. Муодилаеро тартиб дихед, ки решаш адади зерин бошад: а) 3; б) -2; в) 0; г) 5.

100. Муодилаеро тартиб дихед, ки решаш надошта бошад.

101. Муодилаеро тартиб дихед, ки решаш бисёр дошта бошад.

8. Муодилахи хаттӣ

Муодилаи намуди $ax = b$, ки x номаълум буда, ададҳои a ва b ададҳои додашуда мебошанд, муодилаи хаттӣ ном дорад. Ададҳои a ва b -ро коэффициентҳои муодилаи додашуда меноманд. a -ро коэффициенти назди тагийрёбандай муодила ва b -ро узви озоди муодила низ мегӯем.

Агар $a \neq 0$ башад, муодилаи $ax = b$ муодилаи дараҷаи якуми якномаълума ном дорад. Ин муодила якто решаш

$$x = \frac{b}{a} \text{ -ро дорад.}$$

Муодилаи хаттӣ метавонад решоҳои бисёр дошта бошад ё умуман решоҳа надошта бошад. Муодилаи $0 \cdot x = 0$ решоҳои бисёр дорад, чунки баробарии $0 \cdot x = 0$ дар ҳамаи киматҳои x баробарии дуруст аст. Муодилаи $0 \cdot x = b$, ки $b \neq 0$ аст, решоҳа надорад, чунки баробарии $0 \cdot x = b$ дар ягон кимати x ба баробарии дуруст табдил намеёбад.

Ҳамаи он ки дар фасли гузашта оид ба баробаркуввагии муодилаҳо гуфтем, ба муодилаҳои хаттии якномаълума низ тааллук дорад. Илова мекунем, ки муодилаҳои хаттии якномаълумаи ҳалҳои бешумор дошта низ баробаркувваанд.

Аз хосиятҳои асосии муодила ва табдилдиҳии айниятӣ ифодаҳо истифода бурда, муодилаҳои зиёдеро ба муодилаҳои баробаркувваи хаттӣ овардан мумкин аст.

Мисоли 1. Муодилаи $2(3x + 11) + x = 5x + 16$ -ро ҳал мекунем. **Ҳал:** $6x + 22 + x = 5x + 16$,

$$6x + x - 5x = 16 - 22, \quad 2x = -6, \quad x = -3.$$

Табдилдиҳии айниятӣ ва хосиятҳои муодиларо истифода бурда, як муодиларо ба муодилаи дигари ба он баробаркувва пай дар пай иваз кардем. Ҳамин тарик, $x = -3$ решоҳаи муодилаи болоӣ будааст.

Мисоли 2. Муодилаи $x + 2(x + 4) = 3x + 8$ -ро ҳал мекунем. $x + 2x + 8 = 3x + 8$,

$$x + 2x - 3x = 8 - 8,$$

$$3x - 3x = 0, \quad (3 - 3) \cdot x = 0, \quad 0 \cdot x = 0.$$

Адади дилҳоҳ решоҳаи ин муодила шуда метавонад.

Мисоли 3. Муодилаи $9x + 7 = 3(3x + 4)$ -ро ҳал мекунем. $9x + 7 = 9x + 12$,

$$9x - 9x = 12 - 7,$$

$$(9 - 9) \cdot x = 5,$$

$$0 \cdot x = 5.$$

Муодилаи охирин решадорад. Пас, муодилаи
 $9x + 7 = 3(3x + 4)$ ҳам решадорад.

Агар коэффициентҳои муодила адалҳои бисёррақама бошанд, беҳтар аст, ки ҳисобкуни дар микрокалкулятор ё компьютер ичро карда шавад.

Мисоли 4. Муодилаи $27,55x + 135,7 = 273,45$ -ро ҳал кунед.

Ҳал. $27,55x = 273,45 - 135,7$,

$$x = (273,45 - 135,7) : 27,55,$$

$$173,45 \boxed{-} 135,7 \boxed{\div} 27,55 \boxed{=} 5 \quad \text{Чавоб: } x = 5.$$

102. Узвҳои тағйирёбандадори баробариҳоро аз тарафи рост ба тарафи чап гузаронед:

а) $15x - 4 = 3x + 8$;

в) $8y - 11 = 3y + 9$;

б) $12,5x + 7 = 3,5x + 16$;

г) $4 - 2\frac{1}{3}y = \frac{2}{3}y + 13$.

103. Узвҳои тағйирёбандадорро аз тарафи чап ба тарафи рост гузаронед:

а) $5x + 4 = 8x - 10$;

в) $5 - 1,5y = 2,5y + 3$

б) $x - 7 = 3x - 5$;

г) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}y = 2y$.

104. Кадоме аз муодилаҳои зерин муодилаи хаттӣ буда, кадоме аз онҳо муодилаи дараҷаи якум аст?

а) $3x = 18$;

в) $0 \cdot z = 5$;

б) $7y = 0$;

г) $0 \cdot t = 0$.

105. Ба муодилаи хаттӣ оваред:

а) $4x - x + 3x + 17 = 2x + 6$; в) $5x + (3x + 6) = 7 + 3x$;

б) $y - 2y + 5 + y = 7 - 3y$; г) $3 \cdot x + 5 + x = 2x + 9$.

Муодилаҳои дар машқони 106 - 123 нишон дода шударо ҳал кунед.

106. а) $14 + x = 17$;

г) $\frac{1}{2}y - 3 = 5$;

$$6) x - 13 = 16;$$

$$\text{д)} 2,7 + y = 9;$$

$$\text{в)} y - 11 = 10;$$

$$\text{е)} 15 = 24 - y.$$

$$107. \text{ а)} 4x = 12;$$

$$\text{г)} 2y + 5 = 11;$$

$$\text{ж)} \frac{3}{4}z = 3;$$

$$6) 2x = 0;$$

$$\text{д)} 8 - 3y = 2;$$

$$\text{з)} -\frac{6}{11}z = 2;$$

$$\text{в)} 3x = -18;$$

$$\text{е)} 5y - 4 = 1;$$

$$\text{и)} 4 - \frac{3}{4}z = 0.$$

$$108. \text{ а)} 3(x - 4) = 9;$$

$$\text{г)} 6(7 - y) = 42;$$

$$\text{б)} 0,3(x + 1) = 1,3;$$

$$\text{д)} 3(2y - 1) = 15;$$

$$\text{в)} 42 - x = 12;$$

$$\text{е)} 7(4 - 3y) = 49.$$

$$109. \text{ а)} x + 3(x - 4) = 20;$$

$$\text{г)} \frac{3}{4}y + 1\frac{1}{2} = 1 + y;$$

$$\text{б)} x - 5(3 - x) = 13 - x;$$

$$\text{д)} 4z + 5 + z - 7 = 5z + 6;$$

$$\text{в)} 3,7 + 3x = 5,7 - x;$$

$$\text{е)} 5t - \frac{1}{2} - t = 4t - 0,5.$$

$$110. \text{ а)} \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 9;$$

$$\text{в)} \frac{3x}{7} + \frac{x}{7} = \frac{6+x}{7};$$

$$\text{б)} \frac{9-x}{3} = \frac{7}{3};$$

$$\text{г)} \frac{2x}{3} + \frac{3x}{6} = \frac{x-11}{4}.$$

$$111. \text{ а)} \frac{x+2}{5} = 3 + \frac{3x-2}{3};$$

$$\text{в)} \frac{4-y}{7} + \frac{3y+6}{14} = \frac{2+5y}{2};$$

$$\text{б)} 5 + \frac{4x-9}{6} = \frac{x+1}{3} - 2;$$

$$\text{г)} \frac{3y+5}{2} + \frac{4y-7}{5} - \frac{2y+4}{2} = 22.$$

$$112. \text{ а)} \frac{1}{5}x = 2 + x;$$

$$\text{г)} \frac{7}{8}y = 6 - y;$$

$$\text{б)} \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} = x - 7;$$

$$\text{д)} 2y = -\frac{6}{7} - y;$$

$$\text{в)} \frac{4}{5}x + 3 = 3; \quad \text{е)} -y = \frac{1}{5} - \frac{1}{5}y.$$

113. а) $\frac{1}{3}(x + 7) = \frac{2}{3};$ б) $\frac{1}{5}(8 - y) = \frac{1}{5}.$

114. а) $\frac{1}{9}(3x - 6) = 3;$ в) $\frac{3}{7}(3 - 4y) = \frac{1}{7};$

б) $\frac{1}{5}(3 + 5x) = -\frac{2}{5};$ г) $\frac{3}{7}(4y + 5) = 1,5y + 1\frac{7}{8}.$

115. а) $\frac{2x}{3} + \frac{5x}{9} = 11;$ в) $\frac{6y}{7} - \frac{y}{14} = 11;$

б) $\frac{x}{6} - \frac{5x}{12} = -1;$ г) $\frac{y}{8} = \frac{y}{8} + 2.$

116. а) $3 - 7x = 4(1 - 2x);$ б) $4y - 5 = 3(2 - 3y)$

117. а) $5(8 - 8x) = -4(1 - 2x);$ б) $8(10 - y) = 3(6 - 2y)$

118. а) $2x + 2,06 = 6(3,01 + x);$ б) $0,4(1 - 2y) = 0,3y + 11,4.$

119. а) $3(x + 7) + 5(12 - x) = 13;$ в) $2(z + 4) - 3(7 - z) = 17;$

б) $5(y - 3) + 9(4 - y) = -15;$ г) $0,1(t - 4) + 2(3 - t) = 1,9t.$

120. а) $4(x - 7) + 7(3 - x) = 11x;$ б) $5(y + 0,5) - 2(6 - y) = 4.$

121. а) $18 + 6(x - 7) + 2x = 12(3 + 4x);$ б) $5y - 3(4 + 2y) = 10 - y.$

122. а) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}(4 - x) = x - \frac{1}{3};$ б) $\frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{3}\right) = 4y.$

123. Аз микрокалкулятор истифода бурда, мудидахоро хал кунед:

| | |
|--------------------|---------------------|
| а) $231x = 302;$ | в) $45,4z = -67,2;$ |
| б) $14,9y = 16,2;$ | г) $174t = 348.$ |

9. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии мудидаҳо

Барои бо ёрии мудидаҳо хал кардани масъалаҳо, пеш аз ҳама, мазмунни матни масъаларо ба забони алгебравӣ гузаронидан даркор аст. Барои ин аввал номаълумро

интихоб ва онро бо ягон ҳарф ишорат карда, вобастагии байни ин ҳарф ва маълумоти масъаларо барқарор менамоем ва муодиларо тартиб медиҳем. Сипас ин муодиларо ҳал карда, решан онро мувофиқи шарти масъала месанчем.

Масъалаи 1. Ба кадом адад 24-ро чамъ кунем, он чор маротиба зиёд мешавад?

Ҳал. Тарзи якум. Мувофиқи шарти масъала суммаи адади матлуб ва адади 24 ба чор каратаи адади матлуб баробар аст. Бинобар ин адади 24 ба се каратаи адади матлуб баробар аст. Пас, адади матлуб ба $24:3$, яъне ба 8 баробар мебошад.

Тарзи дуюм. Бигзор адади матлуб x бошад.

Мувофиқи шарти масъала баъди ба x чамъ кардани 24 адади $x + 24$ хосил мешавад, ки он аз адади матлуб 4 маротиба калон, яъне $4x$ аст. Пас, $x + 24 = 4x$ мешавад. Аз ин чо $3x = 24$, $x = 8$.

Чавоб: 8

Масъалаи 2. Қаик масофаи байни ду бандарро ба самти ҷараён дар се соат тай намуда, дар бозгашт 4,5 соат вакт сарф кард. Агар суръати ҷараён ду км/соат бошад, масофаи байни бандарҳоро ёбед.

Ҳал. Тарзи якум. Бигзор суръати қаик дар оби ором x км/соат бошад. Он гоҳ суръати қаик ба самти ҷараён $(x + 2)$ км/соат, суръати қаик ба муқобили самти ҷараён $(x - 2)$ км/соат, масофаи ба самти ҷараён тай кардаи қаик $(x + 2) \cdot 3$ км ва масофаи ба муқобили самти ҷараён тай кардаи қаик $(x - 2) \cdot 4,5$ км мешавад. Азбаски масофаҳои $(x + 2) \cdot 3$ ва $(x - 2) \cdot 4,5$ ба ҳамдигар баробаранд, бинобар ин мо сохиби муодилаи $(x + 2) \cdot 3 = (x - 2) \cdot 4,5$ мешавем.

Аз ин чо $3x + 6 = 4,5x - 9$ шуда, $x = 10$, $x + 2 = 12$ мебарояд. Пас, суръати қаик ба самти ҷараён 12 км/соат ва масофаи байни бандарҳо $12 \cdot 3$, яъне 36 км аст.

Чавоб: 36 км.

Тарзи дуюм. Азбаски қаик як хел масофаро ба самти ҷараён дар 3 соат ва ба муқобили самти ҷараён 4,5 соат тай мекунад, яъне сарфи вакт ба ҳаракати самти муқобили ҷараён назар ба сарфи вакт ба ҳаракати самти

чараён якуним маротиба зиёд аст. ($4,5 : 3 = 1,5$), бинобар ин суръати харакат ба самти чараён назар ба суръати харакат ба самти муқобили чараён 1,5 маротиба зиёд аст. Ҳамин тарик, агар суръати қаикро дар оби ором бо ҳишорат кунем,

$$x + 2 = 1,5(x - 2),$$

$$x + 2 = 1,5x - 1,5 \cdot 2,$$

$$x + 2 = 1,5x - 3,$$

$$x - 1,5x = -3 - 2,$$

$$-0,5x = -5,$$

$$x = -5 : (-0,5),$$

$$x = 10, \quad x + 2 = 10 + 2 = 12$$

шуда, масофаи матлуб $12 \cdot 3$, яъне 36 км мебарояд.

Чавоб: 36 км.

Дар раванди ин ду тарзҳои ҳалли масъала мо бузургии номаълуми ёрирасон, яъне суръати қаик дар оби оромро дохил намуда, онро ҳисоб карда, баъд ба ёфтани масофаи матлуб шурӯъ намудем. Дар тарзи дигари ҳалли масъала фақат масофаи матлубро ҷустуҷӯ мекунем.

Та р з и с е ю м. Бигзор суръати қаик дар оби ором ҳ км/соат бошад, он гоҳ суръати қаик ба самти чараён ($x + 2$) км/соат ва ба муқобили самти чараён ($x - 2$) км/соат мешавад. ки фарқи онҳо ба 4 км/соат баробар аст, яъне $(x + 2) - (x - 2) = 4$. Масофаи байни бандарҳоро бо S ишорат мекунем, он гоҳ суръати қаик ба самти чараён ($S:3$) км/соат ва ба муқобили самти чараён ($S:4,5$) км/соат мешавад, фарқи онҳо ба 4 км/соат баробар аст, яъне

$$\frac{S}{3} - \frac{S}{4,5} = 4.$$

Аз ин ҷо $\frac{3S}{9} - \frac{2S}{9} = 4$, $\frac{S}{9} = 4$, $S = 36$. Чавоб. 36 км.

М а съ а л а и 3. Фарқи байни ду адад ба 8 ва суммаи онҳо ба 42 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

Ха л. Агар адади якумро бо x ишорат кунем, он гох адади дуюм ба $42 - x$ баробар мешавад. Аз ин рӯ, мувофики шарти масъала $x - (42 - x) = 8$, $x - 42 + x = 8$, $2x = 50$ менависем, ки ҳаллаш $x = 25$ мебарояд. Пас, адади дуюм $42 - x = 42 - 25 = 17$ будааст. **Чавоб.** 25 ва 17.

Масъалаи 4. Ба мактаб 120 дона мизу курсихо овардаанд. Микдори курсихо назар ба микдори миздо 72 дона зиёд буд. Ба мактаб чанд дона мизу чанд дона курси овардаанд?

Ха л. Ин масъалаи соф арифметикий буда, бе ёрии муодила ҳам ҳалли худро мёбад. Бо вучуди ин тарзҳои арифметикии ҳал ва тарзи бо ёрии муодила ҳал кардани онро нишон медиҳем. Баъдтар ин масъаларо бо тарзи ба муодила дохил кардани ду номаълум низ ҳал кардан мумкин аст.

Тарзи як ум. Агар микдори миздо ҳам баробари микдори курсихо мебуд, он гоҳ микдори умумӣ ба 72 зиёд шуда, он баробари $120 + 72 = 192$ мегашт. Ин микдорро ба 2 тақсим карда, адади курсихоро мейбем: $192 : 2 = 96$.

Ҳамин тарик, микдори курсихо 96 дона ва микдори миздо $120 - 96 = 24$ дона будааст.

Тарзи дуюм. Агар микдори курсихо ҳам баробари микдори миздо мебуд, он гоҳ микдори умумӣ 72 дона кам мешуд, яъне микдори умумӣ ба $120 - 72 = 48$ баробар мешуд, ки онро ба ду тақсим кунем, микдори миздо мебарояд:

$$48 : 2 = 24$$

Ҳамин тарик, микдори миздо 24 дона ва микдори курсихо $120 - 24 = 96$ дона мешавад.

Тарзи сеюм. Агар микдори мизхоро бо x ишорат кунем, он гоҳ микдори курсихо ба $(x + 72)$ дона баробар мешавад, ки онҳо якҷоя адади 120-ро ташкил медиҳанд:

$$x + (x + 72) = 120,$$

$$x + x + 72 = 120,$$

$$2x = 120 - 72,$$

$$2x = 48, \quad x = 48 : 2, \quad x = 24.$$

Тарзи чорум. Агар микдори курсихоро бо хишорат кунем, он гоҳ микдори мизҳо $(120 - x)$ дона мешавад, ки фарки ин ду микдор баробари 72 мегардад, яъне

$$x - (120 - x) = 72.$$

ин муодиларо ҳал мекунем. Бо ин мақсад қавсҳоро мекушоем:

$$x - 120 + x = 72,$$

$$2x = 120 + 72$$

$$x = 192 : 2,$$

$$x = 96.$$

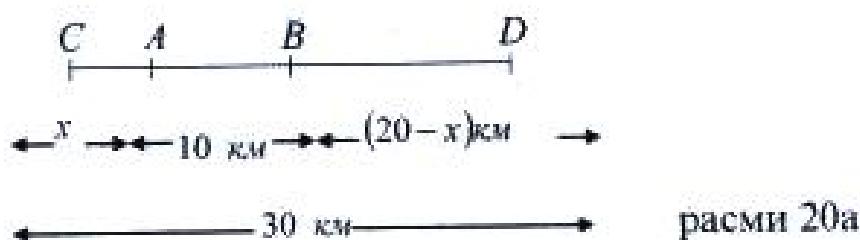
Ҳамин тарик, микдори курсихо ба 96 ва микдори мизҳо ба $120 - 96 = 24$ баробар мешавад.

Чавоб. 24 дона миз, 96 дона курсӣ.

Масъалаи 5. Аз ду пунктҳои A ва B , ки масофаи байнашон 10 км аст, велосипедсавор ва автомобил дар як вакт ба самтҳои мукобил ба роҳ баромаданд. Масофаи байни пунктҳои A ва B тай карда намешавад. Баъди 24 дақиқа масофаи байнашон 30 км шуд. Агар суръати автомобил назар ба суръати велосипедсавор 4 маротиба зиёд бошад, суръати велосипедсаворро ёбед.

Ҳаљ. Ин масъалаи арифметикий мебошад. Аммо тарзҳои арифметикий ва алгебравии ҳал мавҷуданд.

Тарзи арифметикии ҳаљ. Ба расми 20 анигаред.



Велосипедсавор аз пункти A ба тарафи чап равон аст. Автомобил аз пункти B ба тарафи рост равон аст. Масофаи умумии тай карда онҳо ба $(30 - 10)$ км, яъне ба 20 км баробар аст. Азбаски суръати автомобил 4 баробари суръати велосипедсавор аст, бинобар ин ҳамаи масофаи тай

кардашуда аз масофаи тай кардаи велосипедсавор 5 маротиба зиёд аст. Пас, $(20:5)$ км, яъне 4 км масофаи тай кардаи

велосипедсавор аст. Азбаски 24 дақиқа ба $\frac{24}{60}$ соат ё ки ба $\frac{2}{5}$ соат баробар аст, бинобар ин суръати велосипедсавор 4 км : соат баробар аст, бинобар ин суръати велосипедсавор 4 км :

$$\frac{2}{5} \text{ соат} = 4 \cdot \frac{5}{2} \text{ км/соат} = 10 \text{ км/соат} \text{ мешавад.}$$

Тарзи алгебравии ҳал. Масофаи тай кардаи велосипедсавор AC -ро бо x ишорат мекунем. Он гоҳ масофаи тай кардаи автомобил BD ба $(20 - x)$ баробар мешавад (расми 20 а). Азбаски 24 дақиқа $= (24:60)$ соат $= 0,4$ соат аст, бинобар ин суръати велосипедсавор ба x км : 0,4 соат $= 2,5 x$ км/соат баробар мешавад. Дар ин маврид суръати автомобил $4 \cdot 2,5x$ км/соат ё $10x$ км/соат мегардад. Масофаи тай кардаи автомобил, яъне $(20 - x)$ км-ро ба суръати автомобил тақсим кунем, вакти сарфшуда, яъне 0,4 соат мебарояд. Ҳамин тарик

$$\frac{20 - x}{10x} = 0,4, \quad 20 - x = 10x \cdot 0,4, \quad 20 = 5x, \quad x = 4.$$

мебарояд, ки ин масофаи тай кардаи велосипедсавор мебошад. Пас, велосипедсавор ба суръати 4 км : 0,4 соат $= 10$ км/соат соҳиб будааст.

Масъаларо ин тавр ҳам ҳал кардан мумкин буд: суммаи суръатхоро ҷамъ кунем, $10x + 2,5x = 12,5x$ мешавад. Ин микдорро ба вакти сарфшуда, яъне ба 0,4 соат зарб кунем, ба масофаи тайшуда баробар мешавад:

$$12,5x \cdot 0,4 = 20, \quad 5x = 20, \quad x = 20 : 5, \quad x = 4.$$

ва $4 : 0,4 = 10$ мегардад. Ҷавоб. 10 км/соат.

124. Ба қадом адад 12-ро ҷамъ кунем, он 7 маротиба қалон мешавад?

125. Вакте, ки поезд $\frac{5}{11}$ ҳиссаи масофаи байни ду шаҳрро тай кард, то ними роҳ 3 км масофа монд. Масофаи байни шаҳрҳоро ёбед.

126. Аз маҳалли *A* пиёдагард бо суръати $4\frac{1}{2}$ км/соат ба роҳ баромад. Баъди 2,3 соат саворае аз паси он раҳсипор шуд, ки масофаи 12 километрро дар 45 дакиқа тай мекард. Савора ба пиёдагард дар қадом масофа рафта мерасад?

127. Массаи нон аз массаи орде, ки аз он нон пӯхта шудааст, $\frac{7}{20}$ ҳисса зиёд аст. Аз 15 кг орд чӣ қадар нон пӯхтан мумкин аст?

128. Садяки ададеро ба 6 зарб карданد, ки дар натиҷа адади 4,2 ҳосил шуд. Ин ададро ёбед.

129. Масоҳати якҷояи ноҳияи Фарм ва ноҳияи Вахш $6448,3 \text{ км}^2$ аст. Агар масоҳати ноҳияи Фарм аз масоҳати ноҳияи Вахш $4245,5 \text{ км}^2$ зиёд бошад, масоҳати ноҳияи Вахш чӣ қадар аст?

130. Аз 100 кг тухми загир, офтобпараст ва тухми қаду дар ягчоягӣ 42 кг равған гирифтанд. Агар нисфи массаи тухми загир, ҷоръа ҳиссаи массаи офтобпараст ва 0,4 ҳиссаи массаи тухми қаду равған бошад, аз ҳар қадоми онҳо чӣ қадар гирифта шудааст, агар маълум бошад, ки аз тухми қаду назар ба офтобпараст 2,5 маротиба зиёдтар равған гирифтаанд?

131. Масоҳати майдони пиряҳҳои Осиёи Марказӣ 17832 км^2 -ро ташкил медиҳад. Масоҳати майдони пиряҳҳои

қаламрави Тоҷикистон ба $\frac{9}{20}$ ҳиссаи масоҳати пиряҳҳои Осиёи Марказӣ баробар аст. Масоҳати майдони пиряҳҳои Тоҷикистонро ёбед.

132. Ғазалиёт ва девони рубоиёти Мирзо Абдулқодири Бедил аз 44 ҳазор байт иборат аст. Агар микдори байтҳои ғазалиёти ў аз микдори байтҳои девони рубоиёташ 4,5 маротиба зиёд бошад, ғазалиёти Бедил аз ҷанд байт иборат аст?

133. Сосониён дар 400 соли давлатдориашон бо румиён 16 маротиба ҷангиданд, ки 4 маротиба голиб муайян нашудааст, вале микдори мағлубияти сосониён аз микдори голибияташон 3 маротиба кам аст. Дар он ҷангҳо сосониён ҷанд маротиба голиб омадаанд?

134. Масоҳати якчояи Самарқанд ва Панҷакенти қадим 416 гектарро ташкил медодааст ва масоҳати Панҷакент аз масоҳати Самарқанд 31 маротиба кам будааст. Муайян кунед, ки шаҳри қадими Панҷакент чанд гектар заминро ишғол мекардааст?

135. Воҳиди асосии пули тиллоийи форсҳои то Искандари Макдунӣ «дариқ» ва пулҳои нуқрагин «сикл» ном доштаанд, ки массаи онҳо мувоғиған 8,4 г ва 5,6 г будаанд. Аз дариқ ва сикл чанд донагӣ гирифтани лозим аст, ки 105 донаи онҳо 700 г масса дошта бошад?

136. Воҳиди асосии пули тиллоийи форсҳои то Искандари Макдунӣ «дариқ» ном дошта, массаи як донааш 8,4 г буд. Дарики Искандари Макдунӣ 16,8 г масса дошт. Аз ин дариқҳо чанд донагӣ гирифтани лозим аст, ки 70 донаи онҳо 840 г масса дошта бошад?

137. Дар Тоҷикистон 66 ҳазор гектар бод мавҷуд аст, ки ин 0,0039 ҳиссаи бодоти ҷаҳонро ташкил медиҳад. Масоҳати бодоти ҷаҳон чӣ қадар аст?

138. $\frac{239}{500}$ ҳиссаи майдони бодоти Тоҷикистонро дараҳтони меваи донакдор (зардолу, шафтолу, олу, гелос ва олуболу) ва боз ҳамин қадарашро майдони дараҳтони меваи тухмдор (себ, нок ва биҳӣ) ишғол кардаанд. Агар масоҳати майдони дараҳтони меваи донакдор 31548 гектар бошад, масоҳати бодоти Тоҷикистонро ёбед. Оё масъала шарти зиёдатӣ дорад? Кадом аст он шарт?

139. Масофаи байни ду истгоҳро поездни мусоғиркаш дар $2\frac{4}{5}$ соат ва поездни боркаш дар $4\frac{2}{3}$ соат тай меқунад. Суръати поездни мусоғиркаш назар ба суръати поездни боркаш 26 км/соат зиёдтар аст. Масофаи байни истгоҳҳоро ёбед. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.

140. $\frac{15}{44}$ ҳиссаи тамоми заминҳои корами Тоҷикистон бо

обкаши насосҳо обёй мешавад, ки ин 240 ҳазор гектарро ташкил медиҳад. Тамоми заминҳои корами Тоҷикистон чӣ қадар аст?

141. Занбӯри асал аз 1 гектар майдони наънозор 200 кг ва аз 1 гектар майдони олуболузор 50 кг шаҳдоб мегирад. Замбӯри асал аз 16 гектар наънозору олуболузор 2 тонна шаҳдоб гирифт. Масоҳати ҳар қадом майдонро ёбед.

142. Тангаҳои тиллоӣӣ асрҳои 18-19-и сиккай Бухор «Ашрафӣ» ном дошта, массаи ҳар қадоми он 4,8 г буд. Курби ҳар як тангаи тилло ба курби 19 тангаи нукра баробар аст. Аз ин тангаҳо 30 дона гирифтанд, ки курби умумиашон баробари курби 300 тангаи нукра аст. Аз ҳар қадоми ин тангаҳо ҷанд донагӣ гирифтаанд?

143. Соҳтмони кӯпруки дарозтарини ҷаҳон, ба номи Васко де Гамаи Португалия соли 1998 ба охир расид. Барои гузаронидани ҷаҳони кӯпрук дар болои он барои 15 ҳазор нафар меҳмонон мизро оро доданд, ки дарозии он якҷоя бо дарозии кӯпрук 23 километрро ташкил дод. Агар кӯпрук назар ба миз 3,6 маротиба дарозтар бошад, дарозии кӯпрук ва мизро ёбед.

144. Дар марғзор 27 сар гусолаю мургобӣ мечариданд, ки микдори пойҳояшон 80 ҷуфт буд. Дар марғзор чӣ қадар гусола мечарид?

145. Дарозии якҷояи дарозӣ зардмоҳии Сибир ва обанборҳои дарёи Сир 75 см аст. Агар зардмоҳии Сибир аз зардмоҳии дарёи Сир 1,5 маротиба дарозтар бошад, ҳар қадоми онҳо чӣ қадарӣ дарозӣ дорад?

146. Як асад аз адади дигар 3 воҳид қалон аст. Агар адади қалонро ба 6 тақсим карда, адади хурдро ба 3 зарб кунем, он гоҳ ҳосили зарб аз ҳосили тақсим 8 воҳид зиёд мешавад. Ин ададҳоро ёбед. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.

147. Аз шаҳри *A* ба самти шаҳри *B* поездӣ боркаш ва бâъди як соат аз шаҳри *B* ба самти шаҳри *A* поездӣ мусоғиркаш ба роҳ баромад. Суръати поездӣ боркаш 60 км/соат ва суръати поездӣ мусоғиркаш 90 км/соат аст. Поездӣ мусоғиркаш то воҳӯрӣ назар ба поездӣ боркаш 24 км зиёдтар роҳ тай кардааст. Масофаи байни шаҳрҳои *A* ва *B*-ро ёбед.

148. Дарозии як тарафи секунча аз дарозии тарафи дигар 3 маротиба зиёд ва аз дарозии тарафи сеюм 3 см кам аст. Агар периметри секунча ба 45 см баробар бошад, дарозии тарафҳои секунчаро ёбед.

149. Харбузай оби набот 7,86 % ва олмурод 12,14% қанд дорад. Агар 1 кг қанд ҳосил кардани бошем, аз хардуи ин харбузахо ба миқдори баробар чанд килограммӣ гирифтан дозим аст?

10. Аз таърихи муодилаҳо ва ифодаҳо

Тарзи соддаи ҳал кардани муодилаҳои хаттиро дар асри IX Мӯсо ал-Хоразмӣ дар китоби муҳтасари «Ал-ҷабр ва-л-муқобила» оварда аст. «Ал-ҷабр» лафзи арабӣ буда, маънояш пурракунӣ аст, яъне агар дар муодила узви манғӣ мавҷуд бошад, ба ҳар ду тарафи муодила ҷамъ кардани узви ба он баробари мусбатро мефаҳмонад. Ал-муқобила аз ҳар ду тарафи муодила тарҳ кардани узвҳои даркориро мефаҳмонад. Ҳардуи ин қоидаҳо ба ҳосил шудани ҳосияти муодила оварда расонд, ки он ҷунин аст: ҳар як узви муодиларо бо аломати муқобилаш ба тарафи дигари он гузаронидан мумкин аст. Бо ин тарз муодилаи зеринро ҳал мекунем: $7x - 14 = 5x - 8$.

Ал-ҷабрро кор мефармоем:

$$7x - 14 + 14 = 5x - 8 + 14, \quad 7x = 5x + 6.$$

Алмуқобаларо кор мефармоем:

$$7x - 5x = 5x - 5x + 6, \quad 2x = 6.$$

Аз ин ҷо $x = 3$ -ро бо осонӣ ёфтган мумкин аст.

Китоби «Ал-ҷабр в-ал-муқобала»-и Алхоразмӣ ба забонҳои гуногуни ҷаҳон тарҷума шуда, истилоҳи «Ал-ҷабр» тобишҳои гуногун пайдо кард ва дар охир шакли «Алгебра»-ро гирифт. Ҳуди номи Алхоразмӣ низ тобишҳои гуногуни «Algorizmi», «Algorizmus», «Algorithmus», «Algorithmus» ва гайтаро пайдо кард. Таърихи пайдоиши истилоҳи «алгоритм» аз ҳамин ҷо сарчашма мегирад.

Аз замонҳои қадим бо ракамҳо навиштани ададҳо ва ифодаҳои ададӣ маълум буданд.

Аз замоне, ки агадхоро на танҳо бо рақамҳо, балки инчунин бо ҳарфҳо сабт менамуданд, ифодаҳои ҳарфӣ пайдо гардианд. Чунин ифодаҳо ҳанӯз дар замони Диофант - математики юонни қадим (асри III то солшумории мо) - ибтидо гирифта буданд. Тағийирёбандаҳое, ки ҳоло мо онҳоро дараҷаҳо гуфта дар намуди x , x^2 ва x^3 менависем, дар он замон бо σ' , δ' ва ω' ишорат мешуданд. Коэффициентҳоро баъди зарбашавандаҳои ҳарфӣ менавиштанд ва аломати чамъро бо α ишорат мекарданд. Масалан, ифодаҳои $5x$ ва $x^3 + 5x$ дар корҳои Диофант дар намуди $\sigma' \bar{\epsilon}$ ва $\omega' \alpha \sigma' \bar{\epsilon}$ навишта шудаанд. Аммо чунин ишораткуниҳои Диофант минбаъд инкишоф дода шуда аз аср то аср тағийир меёфтанд.

Дар асри XVI олими Фаронсавӣ Франсуа Виет (1540-1603) бо истифодай ҳарфҳо навиштани формулаву ифодаҳоро ҷорӣ кард. Шакли ҳозираи аломатҳои амалҳои арифметикӣ дар ҳамин замон пайдо шудаанд. Олимони Осиёи Марказӣ барои амали таксим хати қасрро истифода мебурданд.

Дар асри XVII ва минбаъд қавсҳо дар намудҳои гуногун пайдо шудаанд: (), [], { }, / , ., < >.

Онҳоро ҳар хел ном мебаранд.

Якумашро қавси хурд, дуюмашро қавси миёна, сеюмашро қавси калон, панҷумашро қавси кунҷӣ.

Боз якумашро муқаррарӣ, дуюмашро квадратӣ, сеюмашро ислимиӣ, ҷорумашро моил, панҷумашро шикаста. Сетои аввалро нимдавра, квадратӣ, фигуравӣ низ мегӯянд.

Машқҳо барои кори мустақилона

Варианти 1

1. Муодилаҳои зеринро ҳал кунед:
 - $4x - 3 = 2x + 7$;
 - $0,6x + 5(x - 15) = -2,5x$.
2. Модар 30 сола, духтар 7 сола аст. Баъди чанд сол
духтар аз модар ду маротиба хурд мешавад?

Варианти 2

1. Муодилаҳои зеринро ҳал кунед:
 - $3 - 5x = 6x - 8$;
 - $2y = \frac{1}{2}(y - 1) + y$.
2. Падар 35 сола, писар 9 сола аст. Баъди чанд сол падар
аз писар 3 маротиба калон мешавад?

Варианти 3

1. Муодилаҳои зеринро ҳал кунед:
 - $4x - 3 = 8 - 7x$;
 - $11,9 - 0,7(1 - 2z) = 6z$.
2. Хоҳар 8 сола, бародар 16 сола аст. Чанд сол пеш хоҳар
аз бародар 3 маротиба хурд буд?

Варианти 4

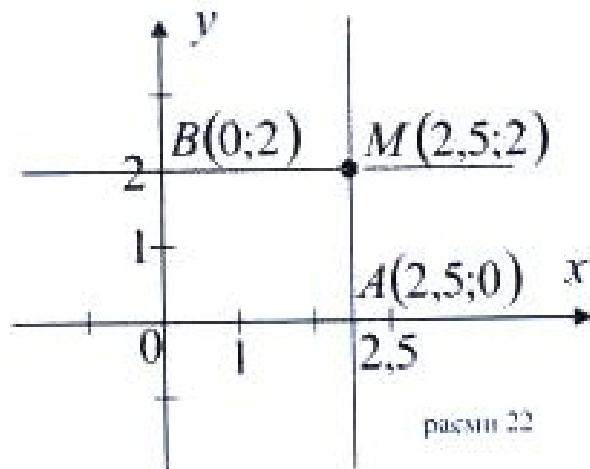
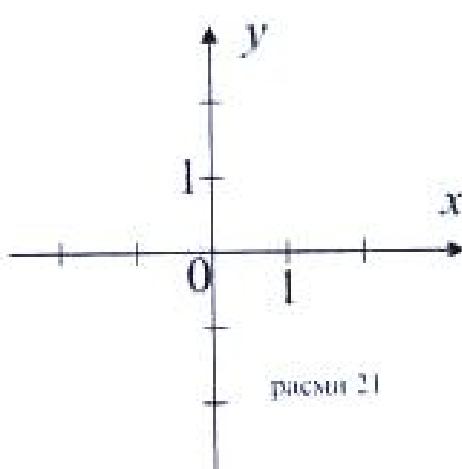
1. Муодилаҳои зеринро ҳал кунед.
 - $x + 7 = 11 + 5x$;
 - $2y + 0,4(3 - y) = 4y$.
2. Хоҳар 28 сола, бародар 10 сола аст. Чанд сол пеш
бародар аз хоҳар 2 маротиба хурд буд? Оё ин
имконпазир аст?

БОБИ П. ФУНКСИЯХО

11. Ҳамвории координатӣ

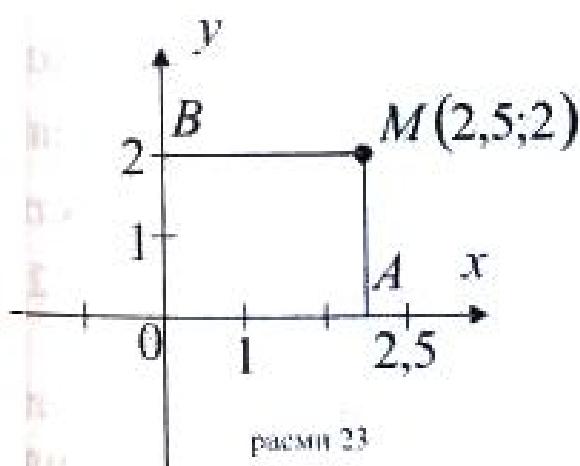
Чӣ хеле, ки медонем, ба ҳар як нуктаи хати рости координатӣ як агад мувофиқ меояд. Агар нукта дар ҳамворӣ берун аз хати рости координатӣ қайд карда шуда бошад, ба он чиро мувофиқ гузоштан лозим аст?

Барои ҷавоб додан ба ин савол аз нуктаи сарҳисоби хати рости координатии Ox хати росте мегузаронем, ки он ба хати рости Ox перпендикуляр бошад. Ин хати рости навро низ ба хати рости координатӣ табдил дода, онро бо Oy ишорат мекунем. Ҳамин тарик, дар ҳамворӣ ҳатҳои рости координатии ба ҳамдигар перпендикулярро ҳосил намудем, ки онҳо нуктаи умумии сарҳисоб доранд. Бо ҳамин дар ҳамворӣ системаи координатии росткунча ҳосил шуд. Ҳамворие, ки дар он системаи координатии росткунча сохта шудааст, ҳамвории координатӣ ном дорад (расми 21). Нуктаи буриши ҳатҳои рости координатӣ O ибтидой координатаҳо номида мешавад. Ҳатҳои рости координатиро тирҳои координатӣ меноманд. Ҳати рости координатии Ox -ро тири абсиссаҳо ва тири Oy -ро тири ординатаҳо низ мегӯянд.



Акнун ба саволи дар ибтидо гузошташуда ҷавоб медиҳем. Дар расми 22 нуктаи M қайд шудааст. Аз нуктаи M хати росте мегузаронем, ки он ба тири ординатаҳо параллел бошад. Ин хати рост тири Ox -ро дар нуктае мебурад, ки

координатай он дар расми 22 ба 2,5 баробар аст. Ин ададро абсиссаи нуктаи M меноманд. Акнун аз нуктаи M хати росте мегузаронем, ки он ба тири абсиссаю параллел бошад. Ин хати рост тири ординатахоро дар нуктае мебурал, ки координатай он дар расми 22 ба 2 баробар аст. Ин ададро ординатаи нуктаи M меноманд. Мафхумхой «абсисса» ва «ордината» барои фарқ кунонидани он ки координатахоро дар қадом тирҳои координатӣ гирифта шудаанд, кашф карда шудаанд. Ҳардӯи онҳоро дар якҷоягӣ координатаҳои нуктаи M меноманд. Барои мисоли мо координатаҳои нуктаи M ададҳои 2,5 ва 2 мебошанд. Абсиссанро дар ҷои аввал ва ординатаро дар ҷои дуюм навишта, гуфтаҳои болоиро кӯтоҳакак дар намуди $M(2,5;2)$ сабт мекунанд. Баъзан навишти $x = 2,5$; $y = 2$ -ро истифода мебаранд, ки ҷоиз аст. Нуктаи дилҳоҳи ҳамвории координатиро дар намуди $M(x,y)$ менависем. Барои сабукии кор ба ҷои ҳатҳои рости координатии ба тирҳои координатаҳо параллел будагӣ порчаҳои дар байни нуктаи M ва тирҳои координатаҳо маҳдудшудаи он ҳатҳои ростро мегиранд (расми 23).



Ба ҷои «дар ҳамворӣ системаи координатии рост-кунча дода шудааст» гуфтан «системаи координатии xOy дода шудааст» менависем. Ба расми 22 назар кунед. Абсиссан ҳар як нуктаи ҳати рости MA ба 2,5 баробар аст, яъне абсиссаи нуктаи дилҳоҳи ин ҳати рост муодилаи $x = 2,5$ -ро қаноат мекуноанд. Дар ин маврид мегӯянд, ки муодилаи $x = 2,5$ муодилаи ҳати рости MB мебошад. Абсиссаи ҳар як нуктаи ҳати рости Oy ба 0 баробар аст. Бинобар ин мегӯянд, ки муодилаи $x = 0$ муодилаи тири ординатаҳо мебошад.

Ординатаи нуктаи дилҳоҳи ҳати рости MB ба 2 баробар аст, яъне ординатаи нуктаи дилҳоҳи ин ҳати рост

муодилаи $y = 2$ -ро қаноат мекунонад. Пас, $y = 2$ муодилаи хати рости MB мебошад. Ординатаи ҳар як нуктаи тири Ox ба 0 баробар аст. Аз ин р \bar{y} $y = 0$ муодилаи тири абсиссаҳо мебошад. Ҳамин тарик $x = a$ муодилаи хати рости ба тири ординатаҳо параллел ва $y = b$ муодилаи хати рости ба тири абсиссаҳо параллел мебошад.

Барои соҳтани нуктаи $M(a; b)$ хатҳои рости $x = a$, $y = b$ -ро месозем. Нуктаи буриши ин хатҳои рост нуктаи $M(a; b)$ аст.

Мисол. Дар системаи координатии XOY нуктаҳои зерин соҳта шаванд:

а) $A(2;3)$, $B(-2;-3)$, $C(-2;2)$, $D(1;-3)$;

б) $M(0;2)$, $N(2;0)$, $P(-2;0)$, $Q(0;-1)$.

Ҳаљ: а) Нуктаи A буриши хатҳои рости $x = 2$ ва $y = 3$ мебошад. Нуктаи B буриши хатҳои рости $x = -2$, $y = -3$ мебошад. Нуктаи C буриши хатҳои рости $x = -2$, $y = 2$ аст. Нуктаи D буриши хатҳои рости $x = 1$, $y = -3$ мебошад. Ҳамаи ин нуктаҳо дар расми 24 тасвир шудаанд.

б) Нуктаи M буриши хатҳои рости $x = 0$, $y = 2$ мебошад. Нуктаи N буриши хатҳои рости $x = 2$, $y = 0$, нуктаи P буриши хатҳои рости $x = -2$, $y = 0$ ва нуктаи Q буриши хатҳои рости $x = 0$, $y = -1$ мебошад. Ҳамаи ин нуктаҳо дар расми 25 тасвир ёфтаанд.

Системаи координатии росткунҷаро ба номи кошифи он-Рене Декарт «системаи координатии декартӣ» низ меноманд.

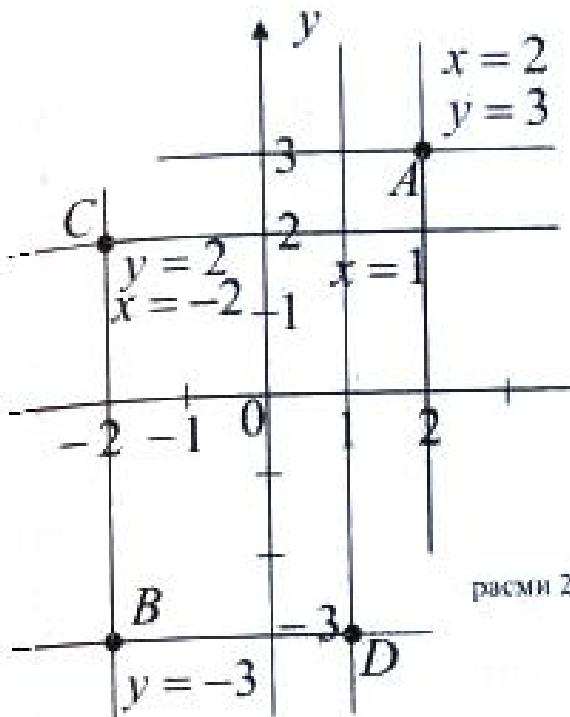
150. Абсисса ва ординатаи нуктаҳои зеринро номбар кунед:

а) $A(2;3)$, $B(4;1)$, $C(1;3)$, $D(2;5)$;

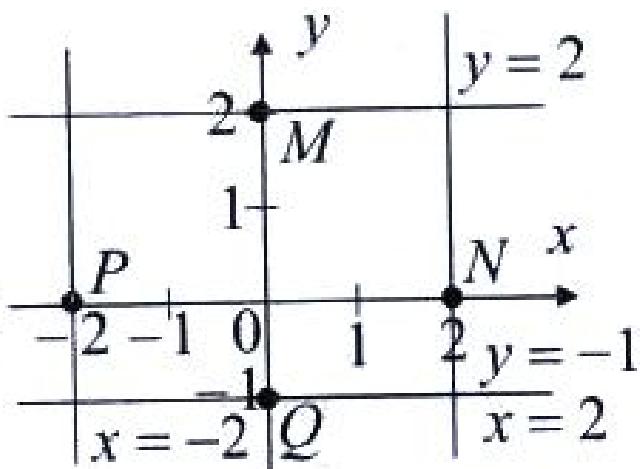
б) $E(-2;3)$, $F(4;-1)$, $K(-1;3)$; $O(1;-3)$;

с) $P(0;-1)$, $R(1;0)$, $S(-2;0)$, $T(0;0)$;

д) $M(2,5;1)$, $N(-0,2;0)$, $H(1,6;0)$, $U(1,1;1,1)$.



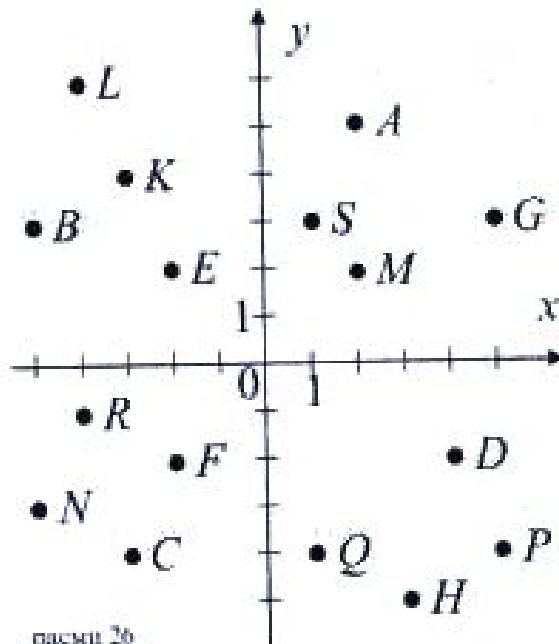
расми 24



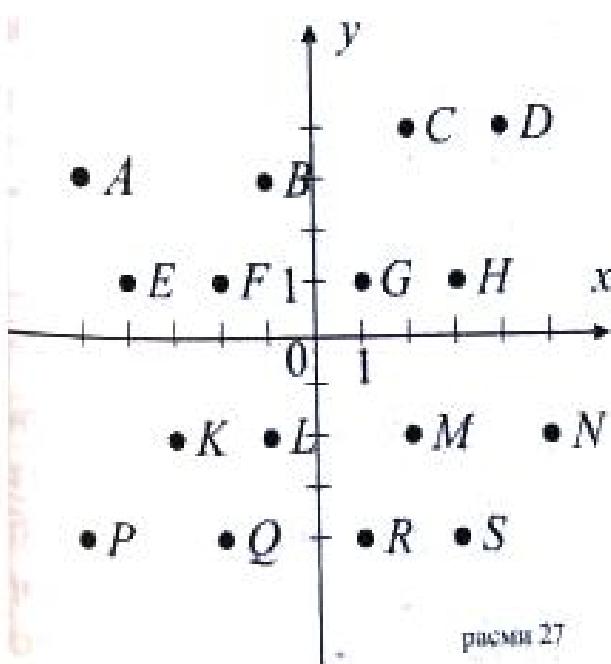
расми 25

151. Координатаҳои нуктаҳои дар расми 26 тасвир шударо ёбед:

- а) A, B, C, D ;
- в) K, L, M, N ;
- б) E, F, G, H ;
- г) P, Q, R, S .



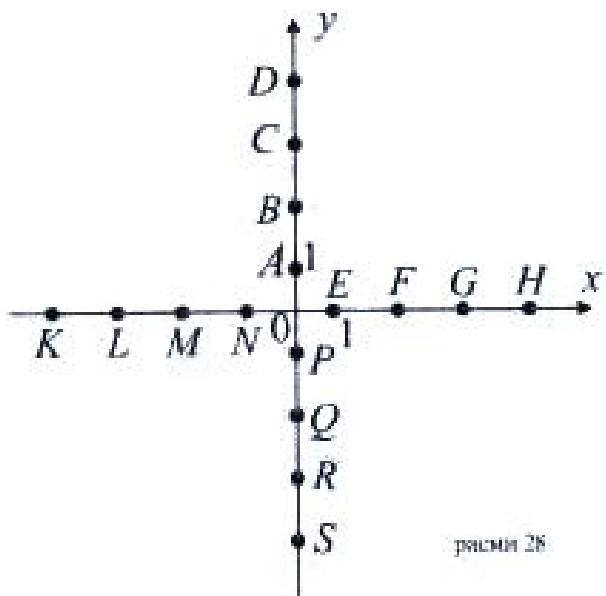
расми 26



расми 27

152. Координатаҳои нуктаҳои дар расми 27 тасвир шударо ёбед:

- а) A, B, C, D ;
- в) K, L, M, N ;
- б) E, F, G, H ;
- г) P, Q, R, S .



- 153.** Координатахон нүктахон дар расми 28 тасвир шударо ёбад:
- A, B, C, D ;
 - K, L, M, N ;
 - E, F, G, H ;
 - P, Q, R, S .

Рисунок 28

Хатхон рости зеринро созед:

- 154.** а) $x = 2$; б) $x = 1$; в) $x = 4$; г) $x = 0$;
- 155.** а) $x = -1$; б) $x = -2$; в) $x = -0,5$; г) $x = -2,5$;
- 156.** а) $y = 11$; б) $y = 2$; в) $y = 3$; г) $y = 4$;
- 157.** а) $y = -1$; б) $y = -2$; в) $y = -3,5$; г) $y = 0$.

Дар ҳамвории координатии xOy нүктахон зеринро созед:

- 158.** а) $A(1;2)$; б) $B(2;3)$; в) $C(3;1)$; г) $D(4;0)$.
- 159.** а) $E(-1;2)$; б) $F(-2;1)$; в) $G(-3;3)$; г) $H(-1,5;0)$.
- 160.** а) $K(-1;-1)$; б) $L(-2;-2)$; в) $M(-3;-3)$; г) $N(0;-2)$.
- 161.** а) $P(1;-1)$; б) $R(2;-2)$; в) $Q(3;-3)$; г) $S(0;-3)$.

162. Дар ҳамвории координатӣ порчаҳоеро созед, ки координатахон нӯгҳои онҳо дода шудаанд:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| а) $A(2;1)$ ва $B(1;2)$; | в) $E(-1;-2)$ ва $F(-2;-2)$; |
| б) $C(-2;1)$ ва $D(-3;3)$; | г) $G(2;-1)$ ва $H(2;-3)$. |

12. Функция чист? Соҳаи муайянни функция

Чӣ хеле, ки медонем, масоҳати квадрат S ба квадрати дарозии тарафааш a баробар аст. Агар дарозии тарафи квадрат тағйир ёбад, масоҳати квадрат низ тағйир меёбад. Ҳачми куб V ба куби дарозии тегааш a баробар аст. Агар дарозии тегаи куб тағйир ёбад, ҳачми он низ тағйир меёбад. Масофаи бо

суръати 60 км/соат тай шаванда ба $60t$ баробар мебошад, ки дар ин чо t вакти ҳаракат аст. Агар вакт тағийир ёбад, масофаи тайшаванда низ тағийир меёбад. Масоҳати доираи радиусаш r ба πr^2 баробар аст ва гайра. Ҳамин тарик, масоҳати квадрат ба тағийирёбии дарозии тарафи он вобаста аст, яъне ба ҳар як қимати дарозии тарафи квадрат як қимати масоҳати квадрат мувофика мөояд. Ба ҳар як қимати дарозии тегай куб як қимати ҳачми куб мувофика мөояд. Ба ҳар як қимати вакт t як қимати масофаи тайшаванда S мувофика мөояд. Ба ҳар як қимати тағийирёбандай x як қимати ифодаи $7x - 5$ мувофика мөояд. Ҳамин хел мувофиқатҳоро мувофиқатҳои функционали ё вобастагиҳои функционали ё ки кӯтоҳакак *функцияҳо* мегӯянд. Мисолҳои дар боло овардаамонро бо баробарихо навишта метавонем:

- 1) $S = a^2$ - масоҳати квадрати дарозии тарафаш a ;
- 2) $V = a^3$ - ҳачми куби дарозии тегааш a ;
- 3) $S = vt$ - масофаи бо суръати v ва вакти t тайшаванда;
- 4) $S = \pi r^2$ - масоҳати доираи радиусаш r ;
- 5) $y = 7x - 5$.

Ин тарзи навиштро *тарзи бо формулаҳо дода шудани функция ё тарзи аналитикии дода шудани функция мегӯем*.

Тарзи бо ҷадвал дода шудани функция низ мавҷуд аст. Масалан, ҷадвали квадрати ададҳои натуралии аз 10 то 99 ин тавр аст:

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

Ҳамин чадвалро бо формулаи $t = n^2$ муқаррар кардан мумкин аст, ки n аз 10 сар карда, то 99 қиматҳои натуралӣ қабул мекунад.

Чӣ хеле, ки мебинем, тарзи бо чадвал дода шудани функция ҳеч гуна ҳисобкуниҳоро талаб намекунад, вале тарзи навишташ ҷои бисёрро мегирад. Аммо тарзи навишти бо формула дода шудани функция муҳтасар аст, агарчи ҳисобкуниаш вақти зиёдро мегирад. Аз ҳамин сабаб вобаста ба қобили қабул буданаш гоҳо тарзи чадвалий ва гоҳо тарзи формулавии додашавии функцияро кор мефармоем.

Дар баробарии $t = n^2$, қимати n аз байни ададҳои аз 10 то 99 интихоб карда мешавад, яъне n тағиیرёбандаи новобаста ё ки мустақил мебошад, ки онро *аргумент* мегӯянд. Қимати t ба қимати n вобаста аст, бинобар ин онро *тағиирёбандай вобаста* ё ки *номустақил* мегӯем. *Тағиирёбандай номустақил функция* аст. Вобастагии байни t ва n -ро дар намуди $t(n) = n^2$ менависем, яъне t аз n вобаста аст ва чунин меҳонем: «*t* аз *n*».

Вобастагии байни аргумент ва функцияро дар мисоли 1) дар намуди $S(a)$, дар мисоли 2) дар намуди $V(a)$, дар мисоли 3) дар намуди $S(t)$, дар мисоли 4) дар намуди $S(r)$ ва дар мисоли 5) дар намуди $y(x)$ менависем.

Дар функцияи $t(n) = n^2$ аргумент n дар байни ададҳои 10 ва 99 маҳдуд аст. Дар ин ҷо ҳамаи ададҳои аз 10 то 99-ро *соҳаи муайянни функция* мегӯем. Дар мисолҳои 1), 2) ва 4) ба ҷои a ва r қимати мусбати дилҳоҳ гузоштан мумкин аст. Бинобар ин соҳаи муайянни функцияҳои S ва V ҳамаи ададҳои мусбат мебошанд. Аммо дар мисоли 3) вақт t адади мусбати маҳдуд аст. Ҳамаи қиматҳои t соҳаи муайянни $S(t)$ аст.

Қиматҳои тағиирёбандай вобастаро *қиматҳои функция* мегӯем.

М а съ а л а. Хонандагони синфи 7-ум барои истифодабарии умумӣ a дона ручкаи 15 дирамӣ хариданд. Агар онҳо 3 сомонӣ пул дошта бошанд, баъди харидани ручка

Чий кадар пулашон боки мемонад?

Хал: Микдори пулхой бокимондаи онҳо аз микдори ручкаи харидаашон a вобастагӣ дорад. Бинобар ин онро бо $S(a)$ ишорат карда, пули сомониро ба дирамҳо гардонем.

$$S(a) = 300 \text{ дирам} - 15a \text{ дирам ё ки}$$

$$S(a) = 15(20 - a) \text{ хосил мешавад.}$$

Азбаски пули бокимонда адади манғӣ шуда наметавонад, бинобар ин $S(a) \geq 0$ ё ки $20 - a \geq 0$ мешавад. Аз ин ҷо $a \leq 20$ мебарояд. Пас, микдори ручка 1-то, 2-то, 3-то, ва гайра 20-то шуда метавонаду аз 20 зиёд не. Ҳамин ҷарӣ, тағйирёбандай a дар байнӣ ададҳои 1 ва 20 маҳдуд мемонад. Ададҳои аз 1 то 20 соҳаи муайяни функсияи $S(a)$ мебошанд. Дар ин маврид қиматҳои тағйирёбандай ҷомустакили $S(a)$ дар байнӣ ададҳои 0 ва 300 маҳдуд мемонанд.

Ба соҳаи муайяни функсияи $y = \frac{3}{x-4}$ факат қимати $x = 4$ дохил шуда наметавонад, зоро агар $x = 4$ кабул карда шавад, қимати маҳрачи каср ба нол баробар мешавад. Маълум аст, ки ба 0 тақсим кардан мумкин нест, яъне дар ҳолати $x = 4$ будан касри мазкур маъниашро гум мекунад. Пас, соҳаи муайяни функсия ҳамаи ҳамон ададҳое шуда метавонанд, ки барои онҳо ифода маъний дошта бошад. Вобаста ба ҳамин ба функсия таъриф медиҳем. Тағйирёбандай у функсия номида мешавад, ки агар ба ҳар як қимати аз соҳаи муайяни гирифтга шудаи x қимати муайяни у мувоғиқ ояд.

Функсия дар намудҳои гуногун зоҳир мешавад, ки яке аз онҳо $y = kx + b$ буда, он номи *функсияи хаттиро* дорад. Дар ин ҷо y функсия ва x -аргумент, $k \neq 0$ ва b ададҳои маълуманд. k ва b -ро коэффициентҳо низ мегӯянд.

Мисоли 1. Функсия бо формулаи $y = \frac{1-2x}{5}$

дода шудааст, ки дар ин чо $-2 \leq x \leq 3$ мебошад. Аз рӯи қиматҳои бутуни додашудаи x қиматҳои у -ро ҳисоб мекунем:

агар $x = -2$ бошад, он гоҳ $y = \frac{1 - 2 \cdot (-2)}{5} = \frac{1 + 4}{5} = 1$ мешавад;

агар $x = -1$ бошад, он гоҳ $y = \frac{1 - 2 \cdot (-1)}{5} = \frac{1 + 2}{5} = 0,6$ мешавад;

агар $x = 0$ бошад, он гоҳ $y = \frac{1 - 2 \cdot 0}{5} = 0,2$ мешавад;

агар $x = 1$ бошад, он гоҳ $y = \frac{1 - 2 \cdot 1}{5} = \frac{-1}{5} = -0,2$ мешавад;

агар $x = 2$ бошад, он гоҳ $y = \frac{1 - 2 \cdot 2}{5} = \frac{1 - 4}{5} = -0,6$ мешавад;

агар $x = 3$ бошад, он гоҳ $y = \frac{1 - 2 \cdot 3}{5} = -1$ мешавад.

Натиҷаи ҳисобкуниро дар ҷадвал навиштан қулайтар аст. Дар сатри боло қиматҳои аргумент ва дар сатри поён қиматҳои функцияро ҷой медиҳем:

| | | | | | | |
|-----|----|-----|-----|------|------|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 1 | 0,6 | 0,2 | -0,2 | -0,6 | -1 |

Мо ҳар дафъа қимати x -ро назар ба қимати пештарааш 1 воҳид зиёд гирифтем. Дар ҷунин маврид мегӯянд, ки ҷадвали қиматҳои функция бо қадами 1 тартиб дода шудааст.

Дар ин мисол соҳаи муайянни функция нишон дода шудааст, ки он порчаи $[-2; 3]$ мебошад. Агар соҳаи муайянни функцияи бо формула додашуда қайд карда нашуда бошад, он гоҳ соҳаи муайянни функция аз ҳамаи ҳамон қиматҳон аргумент иборат аст, ки барои онҳо формулаи мазкур маъний дорад.

Масалан, соҳаи муайянни функцияи бо формулаи

$$y = \frac{3x + 1}{4}$$

додашуда фосилаи $(-\infty, +\infty)$ мебошад. Соҳаи муайяни

функцияи бо формулаи $y = \frac{2}{x+2}$

додашуда, ба истиснои адаи -2 , аз ҳамаи ададҳо иборат аст, ки инро дар намуди $x \neq -2$ ё $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$ менависанд. Аломати «» муттаҳидан як ҷо омадани ҳардуи фосилаҳо - якҷошавии онҳоро мефаҳмонад.

Мисоли 2. Функция бо формулаи $y = 3,5x + 2$ дода шудааст. Барои қадом қиматҳои x қимати y ба:
а) -5 ; б) $-1,5$; в) 2 ; г) $5,5$; д) 9 .
баробар мешавад?

Ҳаљ. Дар формулаи $y = 3,5x + 2$ ба ҷои функция, яъне у қиматҳои $-5; -1,5; 2; 5,5; 9$ -ро гузашта ҳар дафъа муодилаи яктағийрёбанди номаълумаш x -ро ҳосил мекунем. Муодилаҳои ҳосилшударо ҳал карда, қиматҳои y -ро мейбем:

| | | |
|------------------------|-----------------|------------|
| а) $-5 = 3,5x + 2$; | $3,5x = -7$, | $x = -2$; |
| б) $-1,5 = 3,5x + 2$; | $3,5x = -3,5$, | $x = -1$; |
| в) $2 = 3,5x + 2$; | $3,5x = 0$, | $x = 0$; |
| г) $5,5 = 3,5x + 2$; | $3,5x = 3,5$, | $x = 1$; |
| д) $9 = 3,5x + 2$; | $3,5x = 7$, | $x = 2$. |

Ин тарзи масъалагузориро дар ҷадвал ба таври зерин

тасвир мекунем:

| x | | | | | |
|-----|----|------|---|-----|---|
| y | -5 | -1,5 | 2 | 5,5 | 9 |

Ҷадвали пур карда шудааш чунин аст:

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----|----|------|---|-----|---|
| y | -5 | -1,5 | 2 | 5,5 | 9 |

163. Ифодаҳои зеринро хонда, тағийрёбандҳои мустақил ва номустакилро номбар кунед:

а) $y(x) = 60x$; г) $c(r) = 2\pi r$; ж) $S(t) = 40t + 14$;

б) $s(a) = a^2$;

д) $s(r) = \pi r^2$;

3) $t(s) = \frac{s}{60}$;

в) $x(y) = \frac{1}{2}y + 4$;

е) $y(a) = a^3$;

и) $f(x) = 16 - x^2$.

164. Оё периметри квадрат аз дарозии тарафи он вобаста аст? Оё периметри квадрат функцияи дарозии тарафи он аст?

165. Масохати росткунчаи тарафҳояш 7 см ва x см ба S cm^2 баробар аст. Вобастагии байни S ва x -ро бо формула

нависед. Барои қиматҳои аргументи $x = 2; 3; 0,5; \frac{1}{2}; 6$ қиматҳои мувофики S -ро хисоб кунед. Оё $x = -2$ гирифтани мумкин аст?

166. Суръати автомобил 60 км/соат аст. Масофаи тақ кардаи автомобил S аз вакти сарф кардаи он t чӣ гуна вобастагӣ дорад? Оё тағйирёбандан S функцияи t шуда метавонад?

167. Кунҷҳои α ва β кунҷи кушодро ташкил медиҳанд. Вобастагии байни α ва β -ро бо формула ифода кунед. Оё α функцияи β шуда метавонад?

168. Функция бо формулаи $y = 3x - 7$ дода шуда аст. Қиматҳои функцияро ҳангоми ба $-1, 0, 2, 3, 4, 11, 500$ баробар будани x хисоб кунед.

169. Функция бо формулаи $y = 0,5x + 4$ дода шуда аст. Ҷадвали зеринро пур кунед:

| | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | | | | | | | | | |

170. Ҷадвали қиматҳои функцияи $y = 37 - 2x$ -ро тартиб дихед.

171. Функция бо формулаи $y = \frac{3}{4}x$ дода шуда аст. Дар

кадом қиматҳои аргумент қимати функция ба 15, ба 24 баробар мешавад?

172. Ҳангоми ба – 10 баробар будани қимати аргумент қимати функцияи $y = ax$ ба – 4 баробар аст. a -ро муайян кунед.

173. Аз квадрати дарозии тарафаш 15 см квадрати дарозии тарафаш x см-ро бурида гирифтем. Масоҳати боқимондаи квадрат S аз x чигуна вобастагӣ дорад? Соҳаи муайяниӣ ва соҳаи қиматҳои ин функцияро нишон дихед.

174. Қиматҳои аргумент t -ро ҳангоми қиматҳои додашудаи функция S ҳисоб кунед.

а) $S = t^2 - 2t$; $S = 0; -1; 3; 8;$

б) $S = t^2$; $S = 0; 4; 16; 9; 25;$

в) $3S + t^2 + 2st = 0$; $S = 0; 3;$

г) $St + t^2 - S = 0$; $S = 0; -4.$

175. Як тарафи росткунча ба x см баробар буда, тарафи дигараши 8 см зиёдтар аз он аст. Периметри росткунча p ва масоҳати он S -ро ба воситаи x ифода кунед:

а) қимати ҳар яке аз функцияҳои $p(x)$ ва $S(x)$ -ро ҳангоми $x = 5; 3,2$ будан ёбед;

б) ҳангоми кадом қиматҳои x периметри росткунча ба 40 см; ба 44 см баробар мешавад?

176. Соҳаи муайяниии функцияҳои бо формула дода шудаи зеринро ёбед:

а) $y = \frac{1}{2}x$; в) $y = -5,2x + 1$; д) $y = 5 - 4x$;

б) $y = 4x + 0,3$; г) $y = \frac{3x - 2}{4}$; е) $y = \frac{3 - 2x}{5}$.

177. Оё функцияи бо формула дода шудаи зерин функцияи ҳаттӣ аст?

а) $y = 2x + 0,1$; в) $y = x + 3$; д) $y = 1 - 3x$; ж) $y = \frac{4}{x}$;

б) $y = -1,5x - 2$; г) $y = -x + \frac{1}{2}$; е) $y = -5 + 2x$; з) $y = \frac{5}{x-1}$.

178. Аз байни функцияҳои зерин функцияҳои хаттиро нишон дихед:

а) $y = x$; в) $y = x^2$; д) $y = \frac{3x + 4}{4}$;

б) $y = -x$; г) $y = x^3$; е) $y = \frac{2 - 5x}{7}$.

179. Функцияи хаттӣ бо формулаи $y = 0,2x - 3$ дода шуда аст. Ба қимати $x = 2,5$ кадом қимати функция мувофик меояд? Дар кадом қимати аргумент қимати функция ба -2 баробар мешавад?

180. Ҷадвали қиматҳои функцияи $y = -2x + 3$ -ро барои ҳамаи қиматҳои бутуни аргумент x , ки ба порчай $-2 \leq x \leq 2$ тааллук дошта бошад, тартиб дихед.

13. Графики функцияи хаттӣ

Дар расми 29 ҳамвории координатӣ тасвир шуда аст, ки дар он ҳати рости координатии бо x ишора шуда *тири абсиссаҳо*, бо y ишорат шуда *тири ординатаҳо*, нуктаи буриши онҳо *ибтидои координатаҳо* ном дорад. Дар ин расм нуктаи $A(3; -2)$ тасвир шудааст, ки координатаҳои 3 ва -2 -ро дорад: абсиссаи ин нукта ба 3 ва ординатааш ба -2 баробар аст, яъне ҳар як нукта бо ду адад муайян карда мешавад. Агар аргументи функция қимат қабул қунад, он гоҳ вобаста ба он функция низ қимат қабул мекунад. Пас, ба ҳар як ҷуфт адад дар ҳамвории координатӣ як нуктаи координатаҳояш (x, y) -ро мувофик гузоштан мумкин аст. Барои мисол, инро дар функцияи хаттии $y = -3x + 5$, ки $-1 \leq x \leq 3$ мебошад, муоина мекунем. Барои қиматҳои бутуни аргумент ҷадвали зеринро тартиб медиҳем:

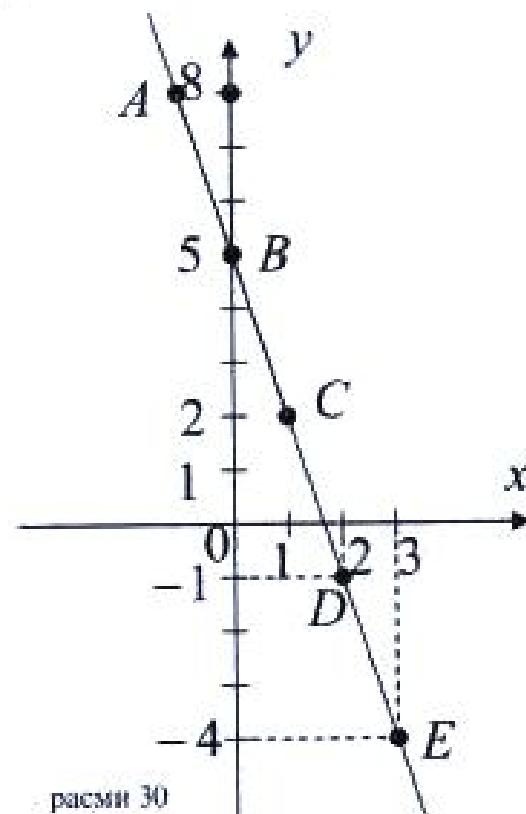
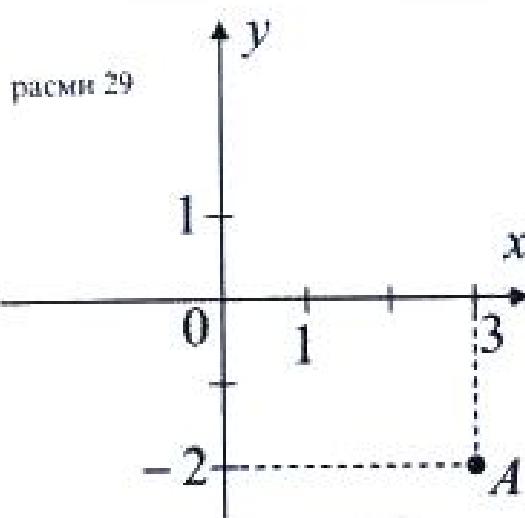
| | | | | | |
|-----|----|---|---|----|----|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 8 | 5 | 2 | -1 | -4 |

Акнун нуктаҳои координатаҳояшон дар ин ҷадвал оварда шударо дар ҳамвории координатӣ қайд мекунем, ки

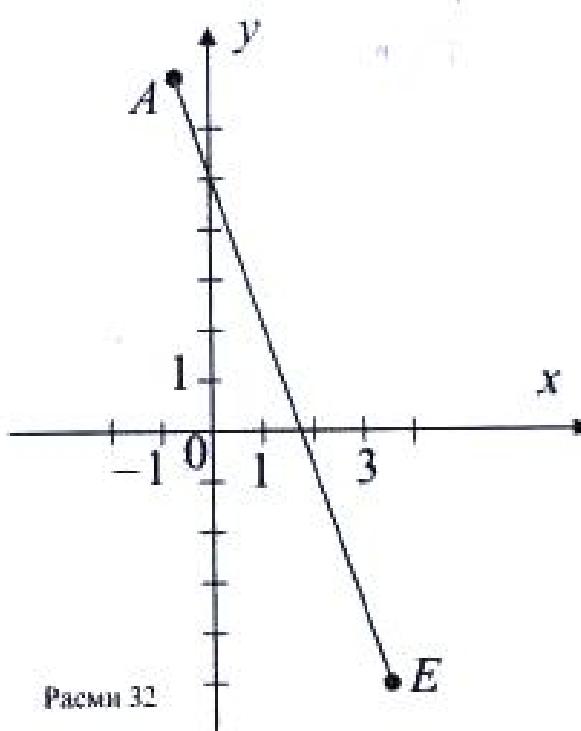
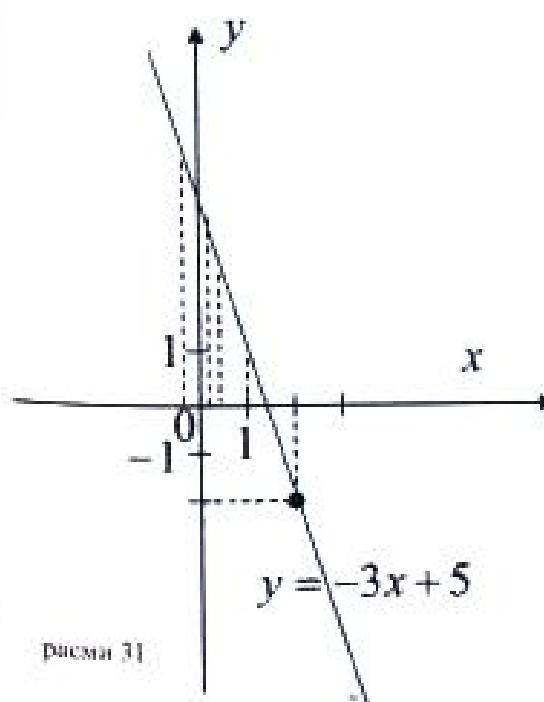
абсиссаҳои онҳо ба қиматҳои аргумент x ва ординатаҳояшон ба қиматҳои функцияи дода шуда у баробаранд: $A(-1;8)$, $B(0;5)$, $C(1;2)$, $D(2;-1)$, $E(3;-4)$.

Ҳамаи ин нуқтаҳо дар як хати рост меҳобанд (расми 30). Ба аргумент x якчанд қиматҳои касрий дода, қиматҳои мувофиқи функцияро ҳисоб мекунем:

| | | | | | | | |
|-----|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| x | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{7}{3}$ | $\frac{8}{3}$ |
| y | 6 | 4 | 3 | 1 | 0 | -2 | -3 |



Нуқтаҳои координатаҳояшон дар ин чадвал оварда шударо низ дар расм қайд мекунем (расми 31).



Мебинем, ки ҳамаи ин нуктаҳо низ дар ҳамон хати рост меҳобанд ва ҳоказо. Агар қиматҳои дигари касрии ба порчаи $-1 \leq x \leq 3$ мансуб бударо ба ҷои аргумент x гузашта, қиматҳои мувофики функцияро ҳисоб кунем ва нуктаҳои ба онҳо мувофиқояндаро дар ҳамвории координатӣ ҷойгир кунем, он гоҳ ҳамаи ин нуктаҳо дар порчаи AE мавқеъ мегиранд (расми 32). Ҳамин порчаи AE -ро графики функцияъ ҳаттии $y = -3x + 5$ дар порчаи $-1 \leq x \leq 3$ мегӯем. Агар x -ро дар порчаи $-1 \leq x \leq 3$ маҳдуд накарда, онро дар тамоми хати рости ададӣ муоина кунем, он гоҳ график хати рости AE мешавад.

Маҷмӯи ҳамаи нуктаҳои ҳамвории координатиро, ки абсиссаҳояшон, дар соҳаи муайянӣ, ба қиматҳои аргумент ва ординатаҳояшон мувофиқан ба қиматҳои функцияи дода шуда баробаранд, график функция меноманд.

Барои қиматҳои дилҳоҳи ададҳои k, b , x графики функцияи ҳаттии $y = kx + b$ хати рост мешавад. Бинобар ин барои соҳтани график функцияи ҳаттӣ донистани координатаҳои ду нуктаи он кифоя аст. Масалан, барои соҳтани график функцияи $y = -3x + 5$ кифоя буд, ки ҷадвали ду қимати аргументро созем. Инак,

Дар ҳамвории координатӣ нуктаҳои координатаҳояшон $(0; 5)$ ва

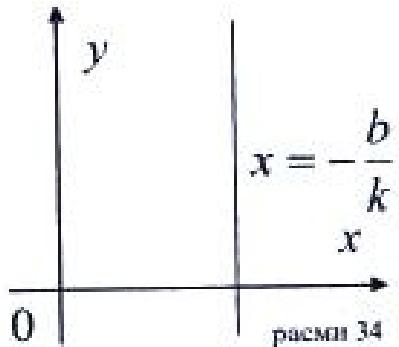
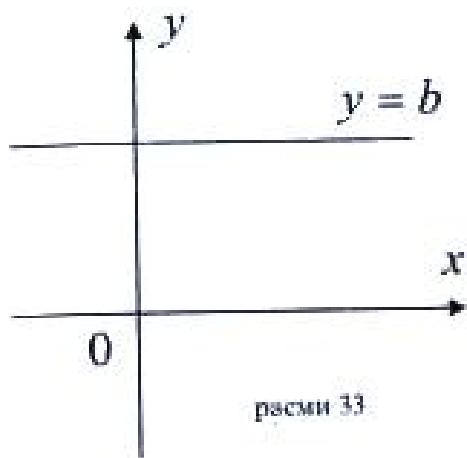
$\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ -ро соҳта, аз болои онҳо хати рост

мегузаронем.

| | | |
|-----|---|---------------|
| x | 0 | $\frac{5}{3}$ |
| y | 5 | 0 |

Холатҳои ҳусусии график функцияи ҳаттиро муоина мекунем.

Агар $k = 0$ бошад, функцияи ҳаттӣ намуди $y = 0 \cdot x + b$ -ро мегирад, яъне ба ҷои x қимати дилҳоҳ гузаштан мумкин аст, вале у мудом дорои ҳамон як қимати b мешавад. Пас, график тири ординатаҳоро дар b воҳид дур аз ибтидои координатаҳо бурида, ба тири абсиссаҳо параллел шуда мегузарад (расми 33).



Дар ҳолати $k = 0$, $b = 0$ будан график бо тири абсиссаҳо ҳамчоя мешавад, яъне тири абсиссаҳо графики функцияи $y = 0$ мешавад. Агар дар $y = kx + b$ худи $y = 0$ шавад, он гоҳ функцияи хаттӣ намуди $kx + b = 0$ -ро мегирад,

ки аз ин чо $x = -\frac{b}{k}$ мегардад, яъне график тири абсиссаҳоро

дар $-\frac{b}{k}$ воҳид дур аз ибтидои координатаҳо бурида, ба тири ординатаҳо параллел шуда мегузарад (расми 34). Агар дар ин чо b ҳам ба 0 баробар шавад, он гоҳ функция намуди $x = 0$ -ро мегирад ва график бо тири ординатаҳо ҳамчоя мешавад.

Умуман график тирҳои координатаҳоро дар нуқтаҳои $\left(-\frac{b}{k}; 0\right)$ ва $(0; b)$ мебурад.

181. Графики функцияро созед:

а) $y = 3x - 2$, агар $0 \leq x \leq 5$ бошад;

б) $y = 0,2x + 1$, агар $-4 \leq x \leq 4$ бошад;

в) $y = \frac{1}{2}x + 2$, агар $-6 \leq x \leq 6$ бошад;

г) $y = -x + 1$, агар $-3 \leq x \leq 3$ бошад;

д) $y = \frac{x-3}{2}$, агар $-3 \leq x \leq 3$ бошад;

е) $y = \frac{2 - 2x}{3}$, агар $-4 \leq x \leq 3,5$ бошад.

182. Функция дар порчай $-4 \leq x \leq 4$ бо формулаи

$y = \frac{1}{4}x + 3$ дода шуда аст. Оё нүктаи $A(4;4)$ дар графики ин функция воkey мешавад? Нүктаю $B(8;5)$, $C(0;3)$ -чи?

183. Функцияи $y = 0,5x + 2$ дар маҷмӯи ададҳои натуралии аз 9 хурд дода шуда аст. Графики онро созед.

184. Функцияи $y = 9 - 3x$ дар маҷмӯи ададҳои бутуни порчай $-6 \leq x \leq 6$ дода шуда аст. Графики онро созед.

185. Функцияи хаттии $y = 0,5x + 4$ дода шуда аст. Барои қиматҳои $x = -6; 0; 20; 17$ қиматҳои мувофики y -ро ёбед.

186. Дар қадом қиматҳои x қимати мувофики функцияи $y = 2x + 1,5$ ба $-5,5; -0,5; 1,5; 3$ баробар мешавад?

187. Агар $x = -2; -1; 0; 2,5$ бошад, қиматҳои мувофики функцияи $y = -2,5x + 3$ -ро ёбед.

188. Дар қадом қиматҳои x қиматҳои мувофики функцияи $y = -5x + 6$ ба $-4; -1,5; 6; 11$ баробар мешавад?

189. Графики функцияи $y = -3x + 4$ -ро созед. Бо ёрии график муайян кунед, ки ба қимати:

а) $x = -1; 2$ қадом қимати y мувофиқ меояд?

б) $y = -1,5; 0; 1$ қадом қимати x мувофиқ меояд?

190. Графики функцияи: а) $y = 0 \cdot x + 2$; б) $y = 1$;

в) $y = -2$; г) $0 = x - 2$; д) $0 = x + 3$ -ро созед.

191. Графики функцияи хаттӣ аз нүктаҳои $A(0;1)$ ва $B(4;0)$ мегузарад. Ин функция бо қадом формула дода мешавад?

192. Дар Ҷумҳурии Тоҷикистон дар соли 1999 барои истифодаи қувваи барқ чунин меъёри якмоҳа мукаррар қарданд: то 150 киловатт истифода шавад, ба ҳар як киловатт 2,5 сүм ҳақ дода мешавад. Ба ҳар як киловатти аз ин зиёдатӣ

8 сүм ҳақ месупорем. Формулаи ҳақсупорй мудилаи хаттй мешавад. Онро тартиб дихед.

193. Ба ҳавзе, ки 2000 литр об дорад, соате 120 литр оби ҷашма ҷорӣ шуда, аз он соате 520 литр об ба замини кишт сарф мешавад. Формулаи дар ҳавз бокимонии обро нависед. Оби ҳавз баъди чанд соат ҳолӣ мешавад?

194. Графики функцияи $y = -4x - b$ аз нуктаи $A(1; -2)$ мегузарад. Қимати b -ро ёбед.

195. Графики функцияи $y = 3x - b$ аз нуктаи $B(0; 2)$ мегузарад. Қимати b -ро ёбед.

196. Дар амбор 400 тангаштсанг буд. Ба амбор ҳар рӯз боз 50 тангаштсанг меоварданду барои гармкуни 55 тангаштсанг мефурӯхтанд. Бо ҳамин тарз ангиштсанги амбор дар чанд рӯз тамом мешавад?

197. Графики функцияи $y = kx + 3$ аз нуктаи: а) $A(2; 3)$, б) $B(-2; 5)$ мегузарад. Қимати k -ро ёбед.

198. Дарозии росткунча x см ва баравш 2 см камтар аз он аст. Формулаи вобастагии байни периметри росткунча ва дарозии онро ёбед.

199. Оё графики функцияи $y = 4x - 3$ аз нуктаи: а) $A(1; 1)$; б) $B(2; 4)$; в) $C(10; 37)$; г) $D(15; 58)$ мегузарад?

200. Графики функцияе ҳати рост буда, он аз нуктаҳои $A(0; 2)$ ва $B(-1; 4)$ мегузарад. Формулаи ин ҳати ростро нависед.

201. Шамъи дарозиаш 20 см дар ҳар як соат 2 сантиметри месӯзад. Баъди x соат дарозии шамъ чӣ қадар мешавад?

202. Дарозии порчаҳоеро ёбед, ки онҳоро ҳати рости $y = 5x - 3$ дар тирҳои координатии OX ва OY бурида чудо мекунад.

14. Вобастагии мутаносиби роста ва графики он

Агар $b = 0$; $k \neq 0$ бошад, он гоҳ функцияи ҳаттй намуди $y = kx$ -ро мегирад. Чунин функцияро вобастагии мутаносиби роста мегӯянд, зеро ҳамагуна ду қимати ин функцияро гирем, онҳо ба ду қимати мувоғики аргумент мутаносиб мешаванд.

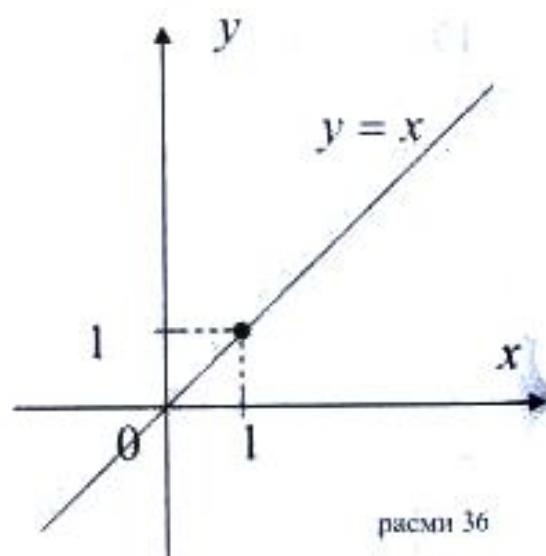
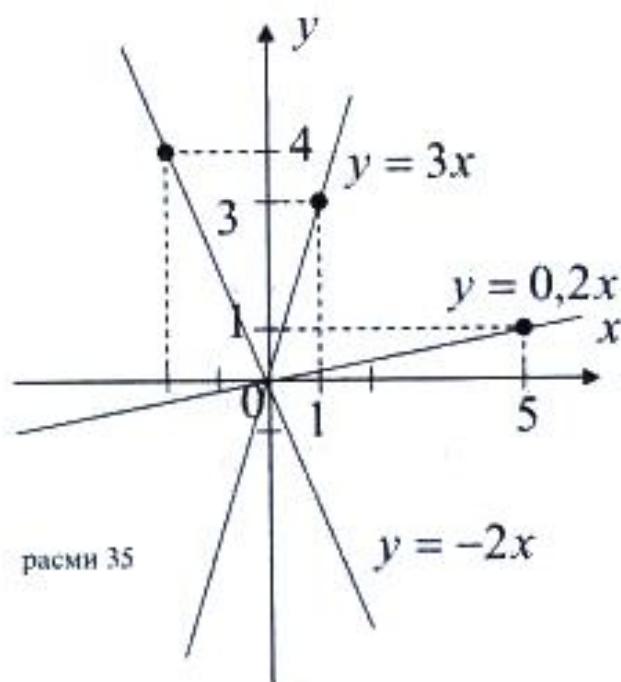
Барои мисол ҹадвали қиматҳои $y = 5x$ -ро тартиб медиҳем:

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|----|---|----|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 |
| y | -15 | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 |

Дар ин ҷо ададҳои 10 ва 15 ба ададҳои 2 ва 3 мутаносибанд, яъне $10 : 15 = 2 : 3$; ададҳои -10 ва 5 ба ададҳои -2 ва 1 мутаносибанд, яъне $-10 : 5 = -2 : 1$ ва ҳоказо.

Умуман $\frac{-15}{-3} = \frac{-10}{-2} = \frac{-5}{-1} = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = 5$ аст, яъне $\frac{y}{x} = 5$

Графики ҳар яки мутаносиби роста ҳати ростест, ки аз ибтидои координатаҳо мегузарад. Барои мисол графики функцияҳои $y = 3x$, $y = -2x$ ва $y = 0,2x$ -ро дар як системай координатаҳо месозем (расми 35).



Аён аст, ки ҳамаи онҳо аз ибтидои координатаҳо мегузаранд. Азбаски барои соҳтани ҳати рост донистани ду нуқтаи он коғист, бинобар ин барои соҳтани графики вобастагии мутаносиби роста як нуқтаи дигари аз ибтидои координатаҳо фарқунандай онро донем, бас аст.

Бо сабаби $\frac{y}{x} = k$ будан, адади k -ро *коэффициенти*

мутаносиб \bar{y} мегүем. Агар k адади мусбат бошад, графики вобастагии мутаносиби роста дар чорякҳои координатии якум ва сеюм мавқеъ мегирад ва агар $k < 0$ бошад, график дар чорякҳои координатии дуюм ва чорум чойгир мешавад.

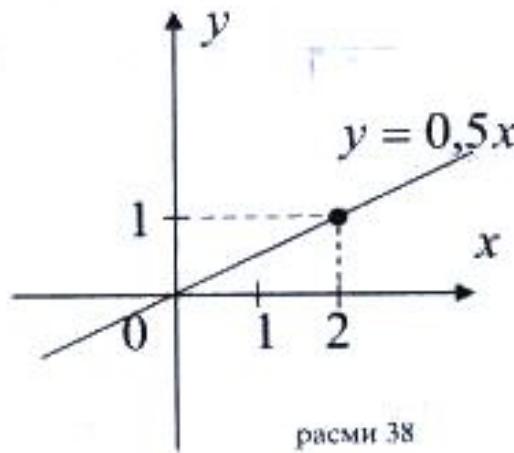
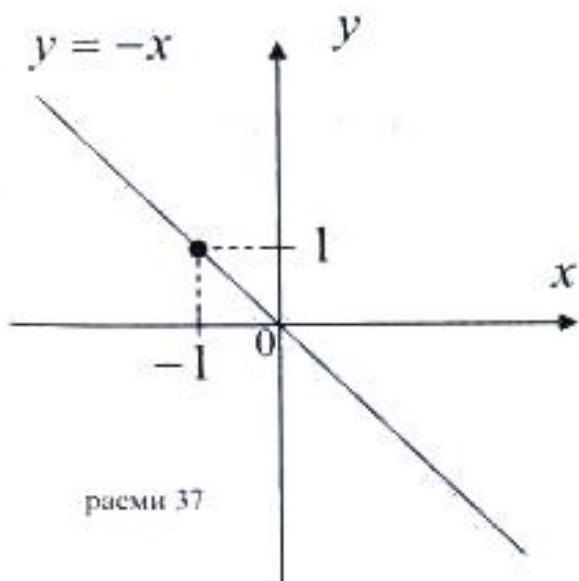
Мисол:

Графики функцияи $y = kx$ -ро ҳангоми:

а) $k = 1$; б) $k = -1$; в) $k = 0,5$; г) $k = -0,2$ будан созед.

Ҳал. а) $k = 1$, он гоҳ $y = x$ мешавад. Агар $x = 1$ бошад, $y = 1$ мешавад. Пас, нуқтаи $(1;1)$ дар графики функция меҳобад. Барои соҳтани графики функцияи $y = x$ аз нуқтаҳои $(0;0)$ ва $(1;1)$ хати рост мегузаронем. Ин хати рост чорякҳои координатии якум ва сеюмро ба ду хиссаи баробар ҷудо мекунад (расми 36).

б) $k = -1$, он гоҳ $y = -x$ мешавад. Агар $x = 1$ бошад, $y = -1$ шуда, нуқтаи $(1;-1)$ ба гарфики функция мансуб мешавад. Хати росте, ки аз нуқтаҳои $(0;0)$ ва $(1;-1)$ мегузараад, графики функция мебошад. Ин график чорякҳои координатии дуюм ва чорумро ба ду хиссаи баробар ҷудо мекунад (расми 37).

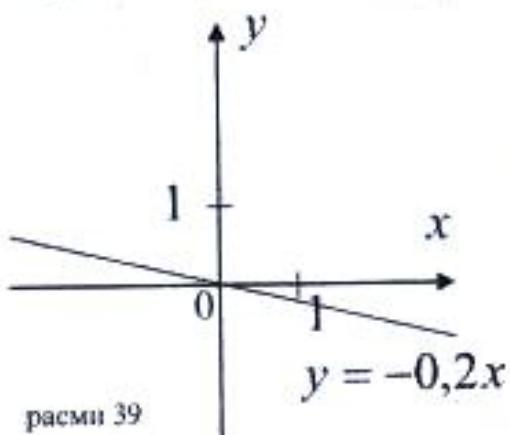


в) $k = 0,5$, он гоҳ $y = 0,5x$ ва дар ҳолати $x = 2$ будан, $y = 1$ мешавад, яъне график аз нуқтаҳои $(0;0)$ ва $(2;1)$ мегузараад (расми 38).

г) $k = -0,2$; $y = -0,2x$. Графикаш дар расми 39 тасвир ёфтааст.

Расмҳои 36 ва 38-ро муқоиса карда, ба хулоса меоем, ки вобаста ба қимати x график ба тири абсиссаҳо ҷафстар мешавад ё аз он дур меравад. Вобаста ба ҳамин x -ро коэффициенти кунҷии хати рост низ меномем.

Аз расми 38 намоён аст, ки қиматҳои x -ро дониста истода, қиматҳои y -ро аз рӯи расм ҳисоб кардан мумкин аст, ё баръакс, қиматҳои x -ро дониста истода қиматҳои y -ро ҳисоб кардан мумкин аст.



Масалан, агар $x = 1$ бошад, $y = 0,5$; агар $x = -1$ бошад, $y = -0,5$ ва ҳоказо мешавад.

Чӣ хеле, ки дар боло мушоҳида кардем, графики як қисм функцияҳои хаттии бо формулаи $y = kx + b$ дода шуда тирҳои координатаҳоро факат дар як нукта бурида мегузараанд. Агар $b = 0$ бошад, ҳамаи он хатҳои рост аз ибтиди координатаҳо мегузараанд (расмҳои 35-39). Агар $k = 0$ ва $b \neq 0$ бошад, вобаста ба аломати адади b , хати рост ба тири абсиссаҳо параллел шуда, тири ординатаҳоро b воҳид болотар ё поёнтар аз ибтиди координатаҳо бурида мегузараад (расми 33). Агар $y = 0$ бошад, он гоҳ функцияи

$y = kx + b$ намуди $0 = kx + b$ -ро мегирад, ки аз ин ҷо $x = -\frac{b}{k}$ мешавад.

Графики ин функция хати ростест, ки он ба тири ординатаҳо параллел шуда, тири абсиссаҳоро дар нуктаи

координатаҳояш $(-\frac{b}{k}; 0)$ бурида мегузараад (расми 34). Акнун

графики функцияи $y = kx + b$ -ро дар ҳолати $k \neq 0$, $b \neq 0$ будан муюина мекунем. Барои мисол бигзор $k = 2$, $b = -3$ бошад. Он гоҳ функция намуди $y = 2x - 3$ -ро мегирад.

Азбаски аз болои ду нукта факат якто хати рост мегузараад, бинобар ин барои сохтани графики функцияи хатти донистани ду нуктаи он басандад аст. Ин ду нуктаҳо

метавонанд буришхой графики функция бо тирхой координатах башанд. Барои ёфтани ин нуктаҳо аввал фарз мекунем, ки $x = 0$ аст, он гоҳ $y = b$ мешавад, яъне нуктаи буриши графики функцияи хаттӣ бо тири ординатаҳо дорои координатаҳои $(0; b)$ мебошад. Акнун фарз мекунем, ки

$y = 0$ аст, гоҳ $x = -\frac{b}{k}$ мешавад, яъне координатаҳои нуктаи буриши график бо тири абсиссаҳо соҳиби координатаҳои $(-\frac{b}{k}; 0)$ мебошад. Аз болои нуктаҳои координатаҳояшон

$(0; b)$ ва $(-\frac{b}{k}; 0)$ буда хати рост мегузаронем, ки он графики функцияи $y = kx + b$ мешавад. Такроран мегӯем, ки дар ин чо $k \neq 0$, $b \neq 0$ аст.

Ин гуфтаҳоро бо мисолҳо нишон медиҳем.

а) Графики функцияи $y = 2x - 3$ -ро месозем. Азбаски $k = 2$ ва $b = -3$ аст, бинобар ин координатаҳои нуктаи

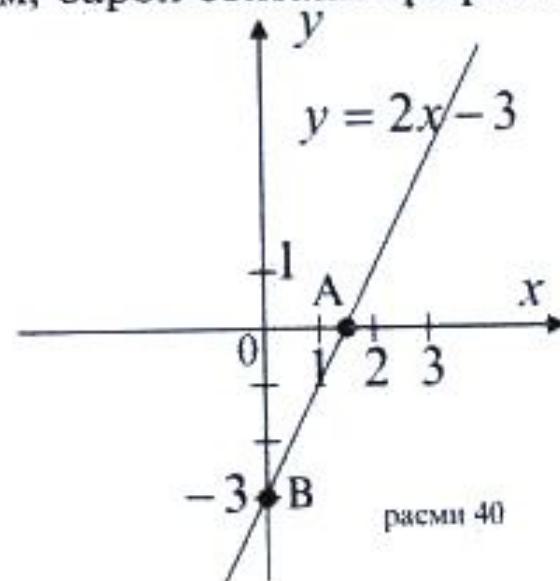
буриши график бо тири абсиссаҳо $\left(-\frac{-3}{2}; 0\right)$, яъне $(1,5; 0)$ ва

бо тири ординатаҳо $(0; -3)$ мешавад. Ин нуктаҳоро мувофиқан бо A ва B ишорат мекунем, яъне $A(1,5; 0)$ $B(0; -3)$. Нуктаҳоро месозем (расми 40). Аз болои нуктаҳои A ва B хати рост мегузаронем. Чӣ хеле, ки мебинем, барои соҳтани графики функцияи $y = 2x - 3$ тартиб додани ҷадвали зерин кифоя аст:

| | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | |
| y | | 0 |

Агар ин ҷадвалро пур кунем,
ба мақсад мерасем:

| | | |
|-----|----|-----|
| x | 0 | 1,5 |
| y | -3 | 0 |



расми 40

203. Як килограмм қанд 500 сүм нарх дорад. x кг қанд чанд сүм меистад? Оё формулаи ҳосилкардаатон вобастагии мутаносиби роста мешавад?

204. Кадоме аз функцияҳои бо формула дода шудаи зерин вобастагии мутаносиби роста аст?

а) $y = 4x$; в) $y = \frac{3}{x}$; д) $y = x - 2$;

б) $y = \frac{x}{3}$; г) $y = 2x^2$; е) $y = -2,5x$.

205. Графики функцияҳои зеринро созед ва коэффициенти кунчии онҳоро номбар кунед:

а) $y = x$; в) $y = 3x$; д) $y = 0,6x$; ж) $y = -0,8x$;

б) $y = -x$; г) $y = \frac{x}{2}$; е) $y = 2,5x$; з) $y = -2,5x$.

206. Нишон дихед, ки муодилаи хати рости ба тири Ox параллел шуда аз нуктаи $(0;3)$ гузаранд на муди $y = 0 \cdot x + 3$ ёки аниқтараш на муди $y = 3$ -ро дорад.

207. Нишон дихед, ки муодилаи хати рости ба тири Oy параллел шуда аз нуктаи $(4;0)$ гузаранд на муди $0 \cdot y = x - 4$ ёки аниқтараш на муди $x = 4$ -ро дорад.

208. Хати рост аз ибтидои координатаҳо ва нуктаи A мегузарад. Коэффициенти кунчии ин хати ростро ёбед, ки агар координатаҳои нуктаи A маълум бошанд:

а) $A(35;105)$; в) $A(50;250)$; д) $A(40;20)$;
б) $A(-17;34)$; г) $A(8;-56)$; е) $A(-12;-4)$;

209. Хати рост аз нуктаҳои дода шудаи A ва B мегузарад. Хати ростро насохта муайян кунед, ки он аз ибтидои координатаҳо мегузарад ё не:

а) $A(7;14)$, $B(9;18)$;
б) $A(-0,7;0,5)$, $B(126;85)$;
в) $A(-0,7;0,5)$, $B(0,7;-0,5)$;
г) $A(0,06;-0,018)$, $B(-0,018;0,054)$;

д) $A(71;0,01)$, $B(355;0,05)$.

210. Хати рост аз нүктахой A ва B мегузарад. Коэффициенты кунций ин хати ростро ёфта, муодилаи онро тартиб дихед.

- а) $A(0;0)$, $B(3;2)$;
- б) $A(0;4)$, $B(3;12)$;
- в) $A(0;0)$, $B(-10;7)$;
- ёг) $A(0;-2)$, $B(-4;0)$.

Аз таърихи функцияҳо

Функция яке аз мағұмхам мұхымтарини математикаи замони ҳозира аст. Аз замонҳои хеле қадим маълум буд, ки дарозии давра ва масоҳати доира вобаста ба тағйирёбии радиусашон тағийр меёбанд. Маълум буд, ки нисбати дарозии давра ба радиуси он ба адади 3,16 баробар аст. Баъдтар ин ҳисобкунӣ саҳехтар шудан гирифт. Дар асри XV олим тоҷик Фиёсиддин Ҷамшеди Кошонӣ (бо лакаби ал-Кошӣ) ин нисбатро бо 16 рақами баъди вергул ҳисоб кард. Навишти ҳозираи функция дар асри XVII пайдо шуд. Р.Декарт (1596-1650) пай бурд, ки қимати ординатаи нүктаи график аз қимати абсиссаи он вобаста аст. Пеш аз ин вай мағұуми бузургии тағйирёбанды ва системаси координатаҳоро дохил карда буд. Барои чунин вобастагӣ мағұуми «функция»-ро аввалин шуда математики олмонӣ Г. Лейбнитс (1646-1716) дохил кардааст. Математики швейтсарӣ Л. Эйлер (1707-1783) гуфтааст, ки функция ифодаест, ки он аз тағйирёбанды ва ададҳо таркиб меёбад. Масалан, ифодаи $3x + 5$ функцияи тағйирёбандай x аст, ки қимати он аз қимати x вобаста аст. Математики чех Б. Болсано (1781-1848) мағұуми функцияро васеътар фахмида, онро «вобастагии як бузургӣ аз бузургии дигар» номида аст. Математикҳои минбаъда мағұуми функцияро васеътар, пурратар ва аниктар намуда, ва ба вай маъниҳои нав ба нав додан гирифтанд. Дар асри XX гурӯҳи беҳтарин математикҳои ҷаҳон, ки бо лакаби Н. Бурбаки баромад мекарданд, пешниҳод карданд, ки «функция муносибатест,

ки ба ҳар як элементи як мачмұғ факт як элементи мачмұи дигар мувоғиқ гузошта мешавад»¹

Машқо барои кори мустақилона

Варианти 1

- Соҳаи муайяни функсияи $y = 5x - 4$ -ро ёбед.
- Графики функсияи $y = 2x$ -ро созед.
- Графики функсияи $y = -3x + b$ аз нүктай $A(2;1)$

мегузараад. Қимати b -ро ёбед.

Варианти 2

- Соҳаи муайяни функсияи $y = 5 - 5x$ -ро ёбед.
- Графики функсияи $y = -x + 1$ -ро созед.
- Графики функсияи $y = 5x - b$ аз нүктай $B(-2;8)$

мегузараад. Қимати b -ро ёбед.

Варианти 3

- Соҳаи муайяни функсияи $y = \frac{x-3}{2} + 1$ -ро ёбед.
- Графики функсияи $y = 0,5x - 1$ -ро созед.
- Графики функсияи $y = -\frac{2}{3}x + b$ аз нүктай $C(3;4)$

мегузараад. Қимати b -ро ёбед.

Варианти 4

- Соҳаи муайяни функсияи $y = 1 - 0,2x$ -ро ёбед.
- Графики функсияи $y = x - 2$ -ро созед.
- Хати рост аз ибтидои координатаҳо ва нүктай $A(7;21)$ мегузараад. Коэффициенти кунчии ин хати ростро ёбед.

¹Дар Фаронса маркази илмий таъсис ёфта буд, ки ба ин гурӯх аз тамоми мамлакатхон ҷаҳон риёзидонҳои беҳтарин шомил шуда буданд. Онҳо дастовардҳои илмии равияҳои гуногуни математикиро ба ин марказ ирсол менамуданд, ки он бо имзои Н. Бурбаки чоп мешуд.

БОБИ ІІІ. Дарацаи нишондиҳандааш натурали

15. Дарацаи нишондиҳандааш натурали

Хотиррасон мекунем, ки *дарацаи нишондиҳандааш натурали гуфта зарб карда шудани якчанд зарбшавандою якхеларо меномем*. Ин амалро амали ба дараҷабардорӣ низ меномем. Масалан, $5 \cdot 5$ - дарацаи дуи (ё ки квадрати) адади 5 аст, $a \cdot a \cdot a$ дарацаи сеи (ё ки куби) тағйирёбандай a аст, $x \cdot x \cdot x \cdot x$ дарацаи чори тағйирёбандай x аст ва ғайра. Ин дараҷаҳоро ин тавр ишора мекунем:

$$5 \cdot 5 = 5^2, a \cdot a \cdot a = a^3, x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4.$$

Адади 3 –ро ба дарацаи 5 бардоштан маънни онро дорад, ки адади 3 панҷ маротиба худ ба худаш зарб карда мешавад: $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$.

Дар ин чо 3 асоси дараҷа, 5 нишондиҳандаи дараҷа, 243 ё ки 3^5 дарацаи панҷи адади 3 мебошад.

Дарацаи асосаш a ва нишондиҳандааш n -ро дар намуди a^n менависему «дарацаи n -и адади a » гуфта меҳонем. Дар ҳолати $n = 1$ будан a^1 менависем, ки ин худи адади a мебошад. Бинобар ин нишондиҳандаи 1-ро наменависем, яъне $a^1 = a$. Асоси дараҷа адади касрӣ ва адади манғӣ низ шуда метавонад:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{27}{125};$$

$$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243;$$

$$(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$$

Чӣ хеле, ки мебинем, қимати дарацаи нишондиҳандааш чуфти адади манғӣ адади мусбат мешавад ва агар нишондиҳандаи адади манғӣ ток бошад, қимати дараҷа манғӣ мешавад.

Аз ин рӯ, $(-3)^5 = -3^5$; $(-5)^4 = 5^4$ мешавад.

Дарацаи асосаш нол ва нишондиҳандааш гайри нолӣ ба нол баробар аст: $0^5 = 0$.

Амалҳои ҷамъ ва тарҳ *амалҳои зинаи якум*, амалҳои зарб ва тақсим *амалҳои зинаи дуюм*, амали ба дараҷабардорӣ *амали зинаи сеюм* мебошад.

Ҳисоб кардани қимати ифодаро аз амали зинаи боло сар карда, ба амали зинаи поён мегузарем. Агар ифода қавсҳо дошта бошад, аввал амалҳои дохили қавсҳоро ичро мекунем.

Мисол, қимати ифодай $2a^2 + 9 - 27 \cdot (a - 1)^3$ -ро дар ҳолати $a = 4$ будан ҳисоб мекунем:

Ҳа л. Азбаски $a = 4$ аст, бинобар ин қимати ифодай мазкурро ин тавр ҳисоб мекунем: $2 \cdot 4^2 + 9 - 27 \cdot (4 - 1)^3$.

$$(4 - 1)^3 = 3^3 = 27, \quad 4^2 = 16, \quad 2 \cdot 16 = 32,$$

$$27 \cdot 27 = 729, \quad 32 + 9 = 41, \quad 41 - 729 = -688.$$

Ҷа в о б: - 688.

Бо ёрии микрокалкулятор ҳисоб кардани қимати дараҷа хеле қулай аст. Масалан, қимати дараҷаи $2,9^4$ бо барномаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$$2,9 \boxed{\times} 2,9 \boxed{\times} 2,9 \boxed{\times} 2,9 \boxed{=}$$

ё ки муҳтасар ин тавр ҳисоб мекунем:

$$2,9 \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=}$$

Агар микрокалкулятор тугмачаи F ва y^x -ро дошта бошад, ҳисобкунии қимати $2,9^4$ бо барномаи $2,9 \boxed{\times} \boxed{y^x} 4 \boxed{=}$ ичро карда мешавад. Агар қимати $2,9^{13}$ -ро ҳисоб карданӣ бошем, онро ин тавр ичро мекунем:

$$2,9 \boxed{\times} \boxed{F} \boxed{y^x} 13 \boxed{=}$$

211. Асос ва нишондиҳандай дараҷаро номбар кунед:

а) 4^7 ; в) 107^2 ; д) a^5 ; ж) $(-a)^7$; и) $-a^3$;

$$6) 2,1^3; \quad 7) (-4)^3; \quad 8) (-6,3)^3; \quad 9) \left(\frac{3}{4}\right)^4; \quad 10) \left(-\frac{1}{3}x\right)^3.$$

212. Ифодахоро мухтасар нависед:

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$;

6) 0,2 · 0,2 · 0,2 · 0,2;

$$\text{b)} \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4};$$

r) $(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)$

д) $\frac{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}{14 \text{ марок тіба}};$

e) $\underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{17 \text{ разотиба}}$

$$\text{ж) } \frac{(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) \cdot \dots \cdot (-x)}{25 \text{ маромиба}}; \quad \text{з) } (a - 2) \cdot (a - 2) \cdot (a - 2);$$

и) $\frac{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{8 \text{ маротиба}} \cdot b \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{19 \text{ маротиба}}}{}$

213. Ҳосили зарбро дар намуди дараҷаи асосаш *a* нависед:

a) $a^3 \cdot a^2$; б) $a^6 \cdot a$; в) $a^{11} \cdot a^5$; г) $a^{17} \cdot a^{41}$;

д) $\frac{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{8 \text{ миротиба}} \cdot \frac{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{9 \text{ миротиба}}$; е) $\frac{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{17 \text{ миротиба}} \cdot \frac{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{21 \text{ миротиба}}$.

214. Кимати дарачаро хисоб кунед:

$$\text{a) } 2^7; 3^4; 10^3; 10^4; 100^3; 5^4; 25^2; 1000^4.$$

$$6) \left(\frac{2}{3}\right)^2; \left(\frac{2}{3}\right)^3; \left(\frac{2}{3}\right)^4; \left(\frac{2}{3}\right)^5; \left(\frac{2}{3}\right)^6;$$

b) $0,3^2; 0,3^3; 0,3^4; 0,3^5;$

$$\Gamma) (-4)^3; (-3)^3; -3^3; -4^3; -(-5)^3; -6^3.$$

215. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2$;

$$6) 4+3^3; 4-3^3; 4 \cdot 3^3; -3^3 \cdot 4;$$

в) $4^2 - 3^2 + 7^2 - 6^2 + 8^2 - 9^2$;

г) $2 \cdot 4^2; \left(-3 \cdot \frac{1}{3}\right)^3; 36 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^2; -4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$.

216. Оё дуруст аст, ки:

а) $3^2 + 4^2 = 5^2$; б) $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$; в) $4^3 + 6^2 = 10^2$,

г) $3^3 + 3^2 = 6^2$; д) $45^2 - 44^2 = 45 + 44$ мешавад?

217. Рассоми асри XIX М.П. Богданов-Белский дар сурате дарси математикаро тасвир кардааст. Дар он муаллим ба хонандагон супориш дода аст, ки касри

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$
 -ро шифохӣ ҳисоб кунанд. Аз

натичаи машқи 216 (б) истифода бурда, шумо ҳам ин супоришро ичро намоед.

218. Ифодаҳоро хонед:

а) $a^2 + b^2$; б) $a^2 - b^2$; в) $(a+b)^2$; г) $(a-b)^2$;

д) $a^3 + b^3$; е) $a^3 - b^3$; ж) $(a+b)^3$; з) $(a-b)^3$;

219. Гуфтори зеринро дар намуди ифода нависед:

а) квадрати суммаи ададҳои x ва y ;

б) суммаи квадратҳои ададҳои x ва y ;

в) фарки кубҳои ададҳои a ва b ;

г) куби фарки ададҳои a ва b ;

д) суммаи кубҳои ададҳои a ва b ;

г) куби суммаи ададҳои a ва b .

220. Қимати ифодаро ёбед:

а) $3a^2$, агар $a = 0,3$ бошад;

б) $4x^2 - x^3 + 7$, агар $x = 4$ бошад;

в) $2y^3 + y^2$, агар $y = 7$ бошад;

г) $y^2 - 2y^3$, агар $y = 7$ бошад.

221. Микрокалкуляторро истифода бурда, қимати

ифодахоро хисоб кунед:

- а) $1,6^4$; б) $3,07^6$; в) $5,17^3 \cdot 12,6$; г) $2,25^5 : 0,25$.

222. Ҿадвалро пур кунед:

| | | | | | | | |
|-------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| x^2 | | | | | | | |
| x^4 | | | | | | | |

16. Хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралий

Дараҷаи нишондиҳандааш натуралий ба хосиятҳое соҳиб аст, ки онҳо намунаҳои барҷастаи табдилдии айнияти мебошанд. Онҳоро исбот мекунем.

1. Адади a ва ададҳои натуралии n ва т чигунае, ки бошанд, $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ мешавад.

Исбот.
$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ маротиба}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ маротиба}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n+m) \text{ маротиба}} = a^{n+m}$$

Айнияти $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ -ро хосияти асосии дараҷа мегӯем. Ин хосият барои микдори дилҳоҳи дараҷаҳо низ дуруст аст, яъне $a^n \cdot a^m \cdot a^k = a^{n+m+k}$

Аз рӯи ин хосият бармеояд, ки ҳангоми зарб кардани дараҷаҳои асосашон якхела асоси дараҷа дигар нашуда, нишондиҳандаҳо ҷамъ мешаванд.

Масалани:

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^8, \quad 1,2^4 \cdot 1,2^2 = 1,2^6; \quad x^5 \cdot x^6 = x^{11}, \quad a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 = a^9$$

2. Адади a ва ададҳои натуралии n ва т чигунае, ки бошанд, $(a^n)^m = a^{nm}$ мешавад.

Исбот.
$$(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n}_{m \text{ маротиба}} = \overbrace{a^{n+n+\dots+n}}^{m \text{ маротиба}} = a^{nm}$$

Аз ин ҷо мебарояд, ки барои ба дараҷа бардоштани дараҷа асоси онро дигар накарда, нишондиҳандаҳоро зарб кардан кифоя аст.

Мисол. $(3^2)^3 = 3^6$; $(2,1^2)^4 = 2,1^8$; $(a^5)^6 = a^{30}$

3. Ададхон a ва b ва адади натуралии n чигунае, ки бошанд, $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ мешавад.

Исбот.
$$(a \cdot b)^n = \underbrace{ab \cdot ab \cdot \dots \cdot ab}_{n \text{ маротиба}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ маротиба}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ маротиба}} = a^n \cdot b^n$$

янье барои ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб ҳар яке аз зарбашавандаҳоро ба ҳамон дараҷа бардошта, натиҷаро зарб кардан кифоя аст.

4. Ададхон a ва $b \neq 0$ ва адади натуралии n чигунае, ки

бошанд, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ мешавад.

Исбот.
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ маротиба}} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ маротиба}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ маротиба}}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Аз ин ҷо бармеояд, ки барои ба дараҷа бардоштани ҳосили тақсим тақсимашаванда ва тақсимкунандаро алоҳида алоҳида ба ҳамон дараҷа бардоштан кифоя аст.

Мисол. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$.

5. Барои ҳамагуна адади гайринолии a ва ададҳон натуралии n ва m , ки $n \geq m$ мебошад, баробарии

$$a^n : a^m = a^{n-m} \quad \text{ҷой дорад.}$$

Исбот. Ҳосили зарби $a^{n-m} \cdot a^m$ -ро муоина мекунем.

Дар асоси ҳосияти 1 ин ҳосили зарб ба $a^{(n-m)+m}$ баробар аст.

Аммо $(n-m)+m = n$ аст. Пас, $a^{n-m} \cdot a^m = a^n$ мешавад. Аз ин ҷо a^{n-m} -ро ба воситаи a^n ва a^m ифода мекунем: $a^{n-m} = a^n : a^m$ ёки $a^n : a^m = a^{n-m}$ мешавад.

Н а т и ч а. Агар дар баробарии охирин $m = n$ фарз кунем, $a^0 = 1$ мешавад.

И с б о т. Аз як тараф $a^n : a^n = 1$ аст. Аз тарафи дигар

$$a^n : a^n = a^{n-n} \quad a^n : a^n = a^0. \quad (*)$$

Қимати $a^n : a^n = 1$ -ро ба тарафи чапи баробарии (*)

гузошта, $1 = a^0$ -ро ҳосил мекунем, яъне $a^0 = 1$ мешавад. Ҳамин натиҷаро ба таври дигар ҳам ҳосил кардан мумкин аст. Мувофиқи ҳосияти 1 ҳосил мекунем:

$$a^n \cdot a^0 = a^{n+0}$$

Аммо $n + 0 = n$ аст. Пас, $a^n \cdot a^0 = a^n$

мешавад. Аз ин чо $a^0 = a^n : a^n = 1$,

ҳосил мешавад, яъне $a^0 = 1$.

Хотиррасон мекунем, ки дар ин чо $a \neq 0$.

М и с о л х о. а) $a^7 : a^3 = a^4$, зеро $7 - 3 = 4$ аст.

б) $3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3 = 27$;

в) $3^0 = 1$; $(-9)^0 = 1$; $7,1^0 = 1$; $\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$.

г) $\frac{5^7}{5^4} = 5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3 = 125$;

д) $\frac{3^9 \cdot 3^{12}}{3^{13}} = 3^9 \cdot 3^{12} : 3^{13} = 3^{9+12} : 3^{13} = 3^{21-13} = 3^8 = 6561$.

М а съ а л а. Шахсе аспашро ба бозор бурда, ба он 100 000 сўм нарх монд. Харидоре ба соҳиби асп изҳор кард, ки ба асп нархи баланд гузошта аст. «Хуб, гуфт, - фурӯшанд, - агар ман ба асп нархи баланд гузошта бошам, ту онро бепул бигир ва ба ман факат барои меҳҳои наълҳои асп ҳақ бидех. Дар ҳар як наъл 6-то мех ҳаст ва ту барои меҳҳо ба ин тартиб ҳақ дех; ба меҳи якум як тин, ба меҳи дуюм 2 маротиба зиёдтар

аз он, яъне 2 тин, ба мехи сеюм назар ба мехи дуюм 2 мароти ба зиёдтар, яъне 4 тин, ба мехи чорум 8 тин ва гайра.

Харидор гумон кард, ки бо ин роҳ аспро арзонтар харидан мумкин аст ва розӣ шуд. Нархи умумии меҳҳои наълҳои аспро муайян мекунем.

Ҳа л. Мехи якум 1 тин = 2^0 ,

Мехи дуюм 2 тин = 2^1 тин,

Мехи сеюм 4 тин = 2^2 тин,

Мехи чорум 8 тин = 2^3 , ва ҳоказо

Мехи бистучорум 2^{23} тин меистад ва ҳамаи пул ба $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23}$ тин баробар аст. Ин суммаро бо S ишпорат мекунем, яъне $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23}$.

Агар S -ро дар намуди $S \cdot (2 - 1)$ нависем, яъне $S = S(2 - 1)$, ҳисобкунӣ хеле осон мешавад:

$$\begin{aligned} S &= S(2 - 1) = (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23}) \cdot (2 - 1) = \\ &= 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{23} + 2^{24} - (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{23}) = \\ &= 2^{24} - 1 = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^4 - 1 = 1024 \cdot 1024 \cdot 16 - 1 = \\ &= 16777215 \text{ тин ё ки } 167772 \text{ сўму } 15 \text{ тин.} \end{aligned}$$

Бо чунин шарт аспро тӯхфа кардан боиси афсусхӯрӣ ҳам нест.

223. Қимати: а) дараҷаи сеюми адади 3^2 -ро ёбед;

б) дараҷаи чоруми адади $(-3)^2$ -ро ёбед;

224. Ифодаҳои зеринро содда кунед:

а) $2^4 \cdot 2^6$; б) $9^3 \cdot 9^4$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$;

г) $(-2)^3(-2)^4$; д) $0,5^2 \cdot 0,5^3$; е) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

225. Ифодаро содда кунед:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $x^3 \cdot x^6$; | б) $y^5 \cdot y^7$; | в) $a^3 \cdot a^7$; |
| г) $b^4 \cdot b^5$; | д) $c \cdot c^6$; | е) $z^5 \cdot z$. |

226. Амалхоро ичро кунед:

- | | | |
|----------------------|----------------|------------------------|
| a) $x^4 \cdot x^6$; | б) $(y^2)^5$; | в) $(xy)^7 \cdot xy$. |
|----------------------|----------------|------------------------|

227. Қимати ифода мусбат аст ё манғый?

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| a) $(-3)^6 \cdot (-5)^4$; | б) $(-6)^4 \cdot (-10)^6$; |
| б) $(-13)^7 \cdot (-17)^{10}$; | г) $-14^6 \cdot (-11)^7$. |

228. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

- | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------------|
| a) $(4^3 - 59)^3$; | б) $(41 - 7^2)^2$; | в) $(0,2^3 - 0,008)^{40}$. |
|---------------------|---------------------|-----------------------------|

229. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------|
| a) $0,4^5 \cdot 5^5$; | б) $0,2^{14} \cdot 5^{14}$; |
| в) $(-8)^{13} \cdot (-0,125)^{13}$; | г) $2^9 \cdot 5^6$. |

230. Бо ёрии микрокалкулятор ҳисоб кунед:

- | | | | |
|---------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| а) $2,05^4$; | б) $1,56^3 \cdot 7,1$; | в) $-14^2 \cdot 7^3$; | г) $0,42^6 \cdot 3,8$. |
|---------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|

231. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

- | | | |
|--------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| а) $2 \cdot 4^3$; | б) $3 \cdot 2^5 - 2 \cdot 3^5$; | в) $3 \cdot 4^3 + 5 \cdot 3^3$; |
| г) $-8^3 + 8^3$; | д) $-5^3 - 6^3$; | е) $9 \cdot 0,4^2 + 36 \cdot 0,3^3$. |

232. Ифодаҳоро содда кунед:

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| а) $(x+5)^2 \cdot (x+5)$; | б) $(x-7)^5 \cdot (x-7)^4$; |
| б) $(y-3)^4 \cdot (y-3)^3$; | г) $(2y+1)^6 \cdot (2y+1)^4$. |

Қимати ифодаҳоро ҳисоб кунед:

233. а) $2^8 : 2^5$;
- б) $0,8^7 : 0,8^5$;
- в) $\left(\frac{3}{5}\right)^6 : \left(\frac{3}{5}\right)^2$.

234. а) $2^7 : 64$;
- б) $243 : 3^4$;
- в) $256 : 2^6$.

235. Ҳосили тақсимро дар намуди дараца нависед:

- а) $x^{17} : x^{14}$; б) $y^{12} : y^4$; в) $a^8 : a^4$;
г) $b^6 : b^5$; д) $c^4 : c$; е) $p^{37} : p^{37}$

Ҳосили тақсимро дар намуди дараца нависед:

236. а) $a^8 : a^2 : a$; б) $b^{17} : b^7 : b^9$;

в) $c^{41} : c^{31} : c^6$; г) $d^{44} : d^4 : d^{10}$;

237. а) $(a - b)^{27} : (a - b)^{14}$; б) $(x + y)^5 : (x + y)$;

в) $(z + t)^{63} : (z + t)^{33}$; г) $(c + d)^8 : (c + d)^4$.

Ҳосили тақсимро ҳисоб кунед:

238. а) $9^{14} : 9^{12}$; б) $8^{42} : 8^{40}$; в) $13^{37} : 13^{35}$; г) $4^{1005} : 4^{1002}$.

239. а) $(-136)^6 : (-136)^5$; б) $(-136)^6 : 136^5$;

в) $(0,401)^{29} : (0,401)^{28}$; г) $1015^{65} : 1015^{64}$.

240. а) $\frac{3^6}{3^4}$; б) $\frac{1,5^4}{1,5^2}$; в) $\frac{(-14)^3}{-14}$; г) $\frac{-(-14)^5}{(-14)^3}$

241. а) $\frac{3^5 \cdot 27}{9^3}$; б) $\frac{7^{12} \cdot 343}{7^{13} \cdot 98}$; в) $\frac{3^3 \cdot 7^5}{21^3}$; г) $\frac{18^7}{2^6 \cdot 9^6}$.

242. Қимати дарацаи $\left(\frac{2}{5}\right)^n$ -ро ёбед, ки агар:

а) $n = 2$; б) $n = 1$; в) $n = 4$; г) $n = 0$ бошад.

243. Қимати дарацаи x^n -ро ҳисоб кунед, ки агар:

а) $x = 1$; б) $x = 0$; в) $x = 2$; г) $x = -2$.

244. Қимати дарацахоро ҳисоб кунед:

а) $(1)^{2n}$; б) $(-1)^{2n}$; в) $(1)^{2n+1}$; г) $(-1)^{2n+1}$.

n -адади натуралий.

Кимати ифодаро ҳисоб кунед:

245. а) $(3^{15} + 16)^0$; б) $147^0 + 14$;
в) $(15^0 - 3)^3$; г) $(10^0 - 3)(0,021 - 2)^0$.

246. а) $4^3 + 3^4 + 9^0$; б) $5^0 \cdot 3^3 - 9^2$;
в) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0$; г) $11^2 + 4^2 + 15^0$.

247. Амалхоро ичро кунед:

а) $a^{11} \cdot a^{14} : a^{25}$; б) $b^{11} : (b^5 \cdot b^6)$
в) $x^7 : x^2 : x^5$; г) $y^{16} \cdot y^{104} : y^{120}$.

248. Ифодахоро содда кунед:

а) $(a+b)^4 \cdot (a+b)^3 : (a+b)^7$;
б) $(m-n)^{12} \cdot (m-n) : (m-n)^{13}$;
в) $\left(\frac{c}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{c}{5}\right)^3 : \left(\frac{c}{5}\right)^8$; г) $(-kp)^{19} \cdot (-kp)^{11} : (-kp)^{30}$.

17. Якузваҳо

Ифодаҳои соддатарин, яъне ададҳо, тағийрёбандаҳо,

ҳосили зарб ва дараҷаҳои онҳо, ки намунаҳояшон $7, \frac{3}{5}, \frac{12}{17}$,

$x, y^2, 6a^2x, 1,5b^3, 4a \cdot 5b \cdot 3x$ ва гайраҳо мебошанд, якузваҳо ном доранд.

Агар якузва факат якто зарбшавандай ададӣ дошта, он дар ҷои аввал навишта шуда бошад ва ҳар як тағийрёбандаи якузва ба сифати зарбшаванда факат як маротиба омада бошад, чунин якузваро якузвай намуди *стандартӣ* мегӯем. Якузвай $4a5bb3xx^2$ намуди стандартӣ надорад. Якузвай $60ab^2x^3$ намуди стандартӣ дорад, зеро мӯ

ададҳои 4, 5 ва 3-ро зарб карда, дар ҷои аввал 60 навиштсем; ба ҷои bb мо b^2 навиштем; ба ҷои xx^2 мо x^3 навиштем, яъне тағйирёбандахои b ва x ба сифати зарбшаванда фақат яқ маротибагӣ дохил шуданд.

Ҳамагуна якузваро ба намуди стандартӣ овардан мумкин аст: $12a \cdot 8b = 12 \cdot 8a \cdot b = 96ab$

$$4ab^2 \cdot 0,5a^2b^3 = 4 \cdot 0,5 \cdot a \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot b^3 = 2a^3b^5.$$

Зарбшавандай аддии якузваи намуди стандартиро *коэффициенти* ин якузва мегӯем. Масалан, коэффициентҳои якузваҳои намуди стандартии $13xy$; $\frac{7}{9}x^2$, y^3 , $-z$ мувофиқан ба 13, $\frac{7}{9}$, 1 ва -1 баробаранд. Одатан коэффициенти 1-ро наменависем. Масалан, xy^3 -ро ба ҷои $+1xy^3$ ва $-z^2$ -ро ба ҷои $-1 \cdot z^2$ қабул мекунем. Онҳоро кӯтоҳакак xy^3 ва $-z^2$ менависем.

Агар ба ҷои тағйирёбандахои якузва ададҳо гузорем. Қимати якузва ҳосил мешавад. **М а с а л а н**, қимати якузваи $4a^2b$ -ро ҳангоми $a = 1,2$ ва $b = -3$ будан ҳисоб мекунем:

$$4 \cdot (1,2)^2 (-3) = 4 \cdot 1,44 (-3) = -17,28.$$

Суммаи нишондиҳандаҳои ҳамаи тағйирёбандахои якузваро *дараҷаи якузва* меноманд. Масалан, дараҷаи якузваи $5x^2yz^3$ баробари 6 аст, зеро нишондиҳандаи x ба 2, нишондиҳандаи y ба 1 ва нишондиҳандаи z ба 3 баробар буда, суммаи онҳо $2 + 1 + 3$ ба 6 баробар аст.

Дараҷаи якузваи $-3x^3y^4$ ба 7 баробар аст, зеро $3 + 4 = 7$ мебошад ва ғайра.

Агар ду якузва аз ҳамон як хел тағйирёбандахои таркиб ёфта бошанд, ки онҳо ба ин якузваҳо бо дараҷаҳои баробар дохил шаванд, он гоҳ ин якузваҳоро *якузваҳои монанд*

меноманд.

Намунаҳои якузваҳои монанд чунинанд:

$3x$ ва $5x$; $2xy^2z$ ва $7,2xy^2z$; a^k ва $-\frac{3}{5}a^k$; $8x^2$ ва $8x^2$ ва гайра.

Чӣ хеле, ки мебинем, якузваҳои монанд факат бо коэффициентҳояшон фарқ меқунанд ва ҳатто коэффициентҳояшон ҳам баробар шуда метавонанд.

249. Кадоме аз ифодаҳои зерин якузва аст?

- а) $7ab^2x$; в) $147 + 3$; д) $1 + y^2$; ж) $x^2 + 5$;
б) $-19,5$; г) $(3 + a)x$; е) $(b + 3)(b - 3) + 9$; з) a^{2+c} .

250. Якузваҳоро ба намуди стандартӣ нависед:

- а) $4x \cdot 7y$; в) $\frac{5}{7}ab$; д) $-5abc^2$; ж) $3a\left(-\frac{4}{5}a\right)$;
б) $6x \cdot 4a \cdot x^2$; г) $2xy^2x^3$; е) $7ab \cdot 3c$; з) $abcde$.

251. Якузваҳоро содда кунед:

- а) $3m4nm^2$; в) $4a3b$; д) $\frac{1}{4}ab4b^3$; ж) $\frac{1}{2}x^2x2\frac{4}{5}x^4$;
б) $5x\left(-\frac{2}{5}y\right)$; г) $-xy \cdot xy$; е) $x^22yz \cdot 3x$; з) $-2(-3)ab$.

252. Коэффициенти якузваро нишон дихед:

- а) $12 \cdot 4a^3$; в) $-x^2y^3$; д) $-3ab \cdot 4b^2$; ж) $x^2y \cdot x^2y$;
б) ab^2c ; г) $\frac{3}{4}xa^2$; е) $-xy^2(-xy^2)$; з) $-\frac{7}{8}cd^2(4d^3)$.

253. Якузваҳоро ба намуди стандартӣ оваред ва коэффициентҳои онҳоро нишон дихед:

- а) $(xy^2y)^2$; в) $(x^2y^2)^4$; д) $2xy^26xy^3$; ж) $4a^2(-4a^3b)$
б) $(-3xy^2)^3$; г) $\left(\frac{1}{3}ab^2\right)^4$; е) $(a^2b^3)^3$.

254. Муодилахоро ҳал кунед:

- а) $3x^2(2x)^2 = 0$; б) $(-4y)^3 = 64$;
в) $0 \cdot x^3 = 0$; г) $x^2 \cdot x^3 = 1$.

255. Кадоме аз муодилахой зерин ҳал дорад?

- а) $x^2(-0,2x)^3 = 0,008$; в) $2x^2 + 12 = 0$;
б) $x^3 \cdot 3x = -243$; г) $x^2 = 0$.

256. Қимати якузваҳоро ҳисоб кунед:

- а) $3xy^2$ ҳангоми $x = 3$; $y = 5$ будан;
б) $-x^3y^4$ ҳангоми $x = 0,2$; $y = 2$ будан;
в) $-0,7a \cdot b$ ҳангоми $a = 0,5$; $b = -\frac{1}{35}$ будан.

Оё якузваҳои зерин монанданд?

- 257.** а) $2x$ ва $0,2x$; в) $4y^2$ ва $4y^3$;
б) $5x^2$ ва $9x^2$; г) n^k ва m^k .

258. а) $6x^2y^3z$ ва $7x^2y^3z$;

- б) $\frac{3}{11}a^3b^4c^2$ ва $\frac{5}{9}a^3c^2b^4$; в) $-0,4m^3np^2$ ва $0,4m^3p^2n$,
г) $\frac{1}{2}x^6y^3z^2$ ва $-0,5x^6y^3z^2$.

259. Ба чои аломати * якузваеро гузоред, ки он ба якузваи додашуда монанд бошад:

- а) $0,3a^2b^3$ ва *; в) * ва $4x^2y$;
б) x^5y^3 ва *; г) mpg ва *.

260. Аз якузваҳои додашуда монандашонро чудо кунед:

- а) $0,5x^3y$; $5x^3y$; $7xy^2$; $07x^2y$;
б) $4x^2y^2$; $6x^2y^2$; $12x^2y^3$; $8x^2y^2$;

в) $1,2a^6b^4; 12a^6b^4; a^6b^4; -a^6b^4;$

г) $\frac{1}{2}a^3b^7; \frac{1}{12}a^4b^5; 0,5a^3b^6; 3,5a^4b^4.$

261. Якузваҳои зеринро ба намуди стандартӣ оваред ва аз байнашон ба якузваи $0,5a^5$ монандро чудо карда нависед:

а) $a \cdot a \cdot a^2 \cdot 3a;$

г) $3,2a^5 \cdot 2a;$

б) $15a^2 \cdot 2a^3 \cdot 7a;$

д) $\frac{7}{3}a^4 \cdot a \cdot a^2;$

в) $0,5a^3 \cdot 5a^2;$

е) $\frac{1}{2}a^6 \cdot a^5 \cdot 4.$

18. Чамъ ва тарҳи якузваҳо

Мо якузваҳои монандро ба намуди стандартӣ оварда, чамъу тарҳ мекунем. Масалан, якузваи $7x^2y^3$ -ро бо якузваи $11x^2y^3$ чамъ менамоем: $7x^2y^3 + 11x^2y^3$.

Чӣ хеле, ки мебинем ҳарду чамъшавандахо зарбшаванди умумии x^2y^3 -ро доранд. Конуни аз қавсҳо баровардани зарбшаванди умумиро истифода мебарем:

$$7x^2y^3 + 11x^2y^3 = (7 + 11)x^2y^3 = 18x^2y^3,$$

$$\text{яъне } 7x^2y^3 + 11x^2y^3 = 18x^2y^3.$$

Пас, барои чамъ кардани якузваҳои монанд чамъ намудани коэффицентҳои онҳо коғист, ва қисми ҳарфии онҳо бетағийр мемонад.

Барои тарҳ кардани якузваҳои монанд низ ҳамин хел амал мекунем, яъне қисми ҳарфии онҳоро бетағийр мононда, аз коэффиценти тарҳшаванди коэффиценти тарҳкунандаро тарҳ менамоем. Масалан,

$$6a^3bc^2 - 12a^3bc^2 = (6 - 12)a^3bc^2 = -6a^3bc^2.$$

Чунин ҳам мешавад, ки якузваҳои монанд намуди стандартӣ надоранд. Барои ҷамъ ва тарҳ кардани онҳо аввал онҳоро ба намуди стандартӣ меоварем.

Агар якузваҳо монанд набошанд, барои ҷамъ кардан онҳо дар байнашон аломати “+” мемонем, ваде кори дигаре карда наметавонем, яъне дар байни якузваҳои $3x$ ва $5y$ ки ба ҳам монанд нестанд, аломати “+” мемонем $3x + 5y$.

Ҷамъу тарҳи якузваҳо дар соддакунӣ ва табдилдихии ифодаҳо, ҳал кардан муодилаҳо ва гайра васеъ истифода бурда мешавад. Сумма ва фарқи якузваҳои монанд боз якузва мешавад.

Мисоли 1. Ифодаро содда кунед:

$$0,5xy^2 + 5x \cdot 0,2y^2 + 2y \cdot 5x \cdot (-0,6y)$$

Ҳаљ. Дар ин ифода 3-то якузваҳо омадаанд. Аммо баъзеи онҳо, масалан, якузваҳои дуюму сеюм, намуди стандартӣ надоранд. Бинобар ин онҳоро ба намуди стандартӣ меоварем: $5x \cdot 0,2y^2 = 5 \cdot 0,2xy^2 = xy^2$;

$$2y \cdot 5x \cdot (-0,6y) = 2 \cdot 5 \cdot (-0,6) \cdot x \cdot y \cdot y = -6xy^2.$$

Ҷӣ хеле, ки мебинем, ҳарсеи он якузваҳо ба ҳамдигар монанд. Пас, онҳоро ҷамъ кардан мумкин аст:

$$\begin{aligned} & 0,5xy^2 + 5x \cdot 0,2y^2 + 2y \cdot 5x \cdot (-0,6y) = \\ & = 0,5xy^2 + xy^2 - 6xy^2 = (0,5 + 1 - 6)xy^2 = -4,5xy^2. \end{aligned}$$

Мисоли 2. Якузваи $36a^2y$ -ро дар намуди суммаи якузваҳо нависед.

Ҳаљ. Ин масъала тарзҳои зиёди ҳалро дорад.

- 1) $36a^2y = 30a^2y + 6a^2y$;
- 2) $36a^2y = 18a^2y + 18a^2y$;
- 3) $36a^2y = 35a^2y + a^2y$;
- 4) $36a^2y = 46a^2y + (-10a^2y)$;
- 5) $36a^2y = 2a^2y + 3a^2y + 31a^2y$;

$$6) \quad 36a^2y = 4a^2y + 9a^2y + 26a^2y + (-3a^2y)$$

ва гайра. Шумо метавонед боз якчанд тарзи ҳалли ин масъаларо нишон дихед.

Дар ибтидиои баёни мавзӯи “Якузваҳо” мо нишон дода будем, ки ададҳои доимӣ ҳам якузваҳо мебошанд. Аз ин рӯ, узвҳои қатори ададҳои ҷуфт $2, 4, 6, 8, \dots, 2n, 2n+2, \dots$ ва узвҳои қатори ададҳои ток $1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1, 2m+1, \dots$ ва гайра якузваҳо мебошанд. Сумма ва фарки онҳо низ якузваҳоро ташкил медиҳанд.

Мисоли 3. Се нафар хонандагони синфи 7 якторӣ масъала ҳал карда, ҷавобашро ба таҳтаи синф навиштанд. Маълум шуд, ки ҷавобҳо се ададҳои ҷуфти пай дар пайро ташкил доданд ва суммаҳояшон ба 180 баробар аст. Муайян мекунем, ки ҳар қадоми онҳо ҷигуна ададҳоро ба таҳтаи синф навиштанд.

Ҳал. Ададҳоро ба тарики зиёдшавиашон менависем:

$$2n-2, \quad 2n, \quad 2n+2.$$

Ҳамаи онҳоро ҷамъ кунем, сумма ба 180 баробар мешавад:

$$(2n-2) + 2n + (2n+2) = 180,$$

$$2n-2 + 2n + 2n+2 = 180,$$

$$2n + 2n + 2n + 2 - 2 = 180,$$

$$6n = 180, \quad n = 180 : 6, \quad n = 30.$$

$$\text{Пас, адади якум } 2n-2 = 2 \cdot 30 - 2 = 58.$$

$$\text{адади дуюм } 2n = 2 \cdot 30 = 60,$$

$$\text{адади сеюм } 2n+2 = 2 \cdot 30 + 2 = 62 \text{ мешавад.}$$

Дар ҳақиқат, $58 + 60 + 62$ ба 180 баробар аст.

МО метавонем, ки адади якумро бо $2n$ ишорат кунем.

Он гоҳ ададҳои дуюму сеюм ба $2n+2$ ва $2n+4$ баробар мешуданд ва муодила намуди зеринро мегирифт:

$$2n + (2n+2) + (2n+4) = 180,$$

$$6n + 6 = 180,$$

$$n = 174 : 6, \quad n = 29.$$

Пас, $2n = 2 \cdot 29 = 58$, $2n + 2 = 58 + 2 = 60$, $2n + 4 = 58 + 4 = 62$.

Масъала тарзҳои бисёри ҳалро дорад. Шумо метавонед, ки якчанд тарзҳои дигарро муоина намоед. Барои намуна метавонед адади якумро дар намуди $2n - 4$ ё $2n + 2$ ва ё $2n + 4$ гиред.

262. Якузваҳои зеринро чамъ кунед:

- а) $3x$ ва $4y$; г) a^3 ва $-a^2$;
б) $2a$ ва $3b$; д) $5x$ ва $-3x$;
в) $0,7x$ ва $-0,7x$; е) $\frac{1}{2}c^2$ ва $-\frac{1}{2}c^2$.

263. Фарқи якузваҳои зеринро ёбед:

- а) $3x$ ва $4x$; в) $-4x$ ва $3x$; д) $5x$ ва 5 ;
б) $4a$ ва $2a$; г) $5a$ ва $-6a$; е) $-3a^2y$ ва $3ay^2$.

Амалҳоро ичро кунед:

- 264.** а) $2x + 5x$; б) $7x + 4x$; в) $0,2x + 0,8x$;
г) $0,5x + 13x$; д) $\frac{3}{7}a + \frac{4}{7}a$; е) $\frac{1}{4}a + \frac{3}{8}a$.

- 265.** а) $4x^2 + 3x^2$; б) $x^2 + x^2 + x^2$; в) $1,3a^3 + 0,7a^3$;
г) $0,3a^5 + 4,7a^5$; д) $\frac{1}{6}b^7 + \frac{5}{6}b^7$; е) $\frac{1}{3}b^4 + \frac{5}{6}b^4$.

- 266.** а) $3c^2 - 4c^2$; б) $4c^2 - 3c^2$; в) $0,11d^3 - 0,9d^3$;
г) $0,1d^4 - 0,11d^4$; д) $5mn^2 - 15mn^2$; е) $kmn^2 - kmn^2$.

267. Ба ҷо аломати * чунин якузваеро гузоред, ки дар натиҳа баробарии дуруст ҳосил шавад:

- а) $12a^2b^3 + * = 15a^2b^3$; б) $* + 7cd = 4cd$;
в) $x^2 + * = -x^2$; г) $-13y^3 - * = 0$;
д) $-* + 4yz^3 = -yz^3$; е) $-* - 12m^2n^2 = 15m^2n^2$.

268. Якузваи $7x^2y$ -ро дар намуди суммаи якузваҳо нависед.

269. Якузваи $11a^3b$ -ро бо якчанд тарз дар намуди суммаи якузваҳо нависед.

270. Муодилаҳоро ҳал қунед:

- а) $3x + 7x = 10$; б) $11x + 7x - 4x = 14$;
в) $15y - 16y - y = 2$; г) $0,5z + 0,50z + 0,07z + 0,93z = 1,2$.

271. Суммаи аз чор се ҳиссаи адад ва ними он аз худи адад 2 воҳид қалон аст. Ин ададро ёбед.

272. Массаи ду порча оҳан ба 30 кг баробар аст. Парчаи якум назар ба парчаи дуюм 1,5 маротиба вазнинтар аст. Массаи ҳар қадом парчаи оҳанро ёбед.

19. Зарби якузваҳо. Ба дараҷаи натуралий бардоштани якузва

Ҳосили зарби якчанд якузва боз якузва мешавад.

Масалан, $12ax^2(-0,3bx^3) = 12 \cdot (-0,3) \cdot a \cdot b \cdot x^2 \cdot x^3 = -3,6abx^5$.

Дараҷаи якузва боз якузва аст. Масалан,

$$(3xy^2)^3 = 3xy^2 \cdot 3xy^2 \cdot 3xy^2 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y^2 \cdot y^2 \cdot y^2 = 27x^3 \cdot y^6$$

Барои ба дараҷа бардоштани якузва ҳар як зарбашаванди онро ба ҳамон дараҷа бардоштан кифоя аст.

Масалан, $(3xy^2)^3 = 3^3 x^3 (y^2)^3 = 27x^3 y^6$

Мавридҳое низ мешаванд, ки якузваро ба ҳосили зарби якчанд якузваҳо чудо мекунем. Масалан, якузваи $44x^2y^3z^2$ -ро бо якчанд тарз ба ҳосили зарби якузваҳо табдил медиҳем:

$$44x^2y^3z^2 = (22x^2) \cdot (2y^3z^2)$$

$$44x^2y^3z^2 = (11x^2y^3) \cdot (4z^2)$$

$$44x^2y^3z^2 = (4x^2y^3) \cdot (11z^2)$$

$$44x^2y^3z^2 = (8 \cdot 5,5) \cdot (5,5y^3) \text{ ва ғайра.}$$

Ин кор мувофиқи зарурати пеш омада амалй мегардад.

273. Якузваҳоро зарб кунед:

а) $3xy$ ва $2xy^2z$; г) xuz ва $-xy^2z^2t$; ж) $1\frac{2}{3}ax$ ва $\frac{3y}{5}$;

б) ax^2 ва $4xy^2$; д) $0,5ab^2$ ва $\frac{1}{2}a^2b$; з) $2a^2$, $3a^2b$ ва $4ab^2$;

в) $-ax^2$ ва $4xy^2$; е) $0,3bc$ ва $-10bc$; и) $-3a$, $-3a$ ва $-3a$.

274. Якузваҳоро ба квадрат бардоред:

а) $3xy$; в) $-5x^2y$; д) $-\frac{1}{5}a^3b$;

б) $\frac{2}{3}a^2b$; г) $0,5x^3c$; е) $-0,1$.

275. Ба дараҷа бардоред:

а) $(7x^2y)^2$; б) $(4xy^2)^3$; в) $(-2a^2b)^5$;

г) $(0,3ab^2)^3$; д) $\left(\frac{1}{3}c^3d\right)^4$; е) $\left(\frac{1}{2}c^2d^2\right)^5$.

276. Якузваи додашударо дар намуди ҳосили зарби якчанд якузваҳо тасвир кунед:

а) $62x^3yz^2$; б) $28m^3n^2$; в) $0,36m^2n^4$;

г) $1,25p^7q^3$; д) $\frac{2}{3}p^3q^9$; е) $\frac{8}{27}r^5s^3$.

277. Ба ҷои аломати * якузваеро гузоред, ки дар натиҷа баробарии дуруст ҳосил шавад:

а) $12x^2 \cdot * = 24x^3$; г) $* \cdot ab = 2a^2b^2$;

б) $27x^2y^3 \cdot * = 3x^3y^5$; д) $* \cdot (-17ab) = -51a^2b^3$;

в) $-8x^3y^3 \cdot * = -2x^4y^6$; е) $-* \cdot (-7a^2b) = 21a^3b^4$.

20. Функцияи $y = x^2$ ва графики он

Маълум аст, ки агар x тарафи квадрат ва у масоҳати он бошад, он гоҳ $y = x^2$ мешавад. Дар тарафи чапи баробарӣ тағириёбандай у ва дар тарафи росташ ифодаи аз x вобастаи x^2 истодааст. Чунин баробарӣ низ функция аст. Ҳамин функцияро муоина карда, графикашро месозем.

Ба тағириёбандай x якчанд қиматҳои мушаххас дода, қиматҳои мувофиқи тағириёбандай вобастаи y -ро аз рӯи формулаи $y = x^2$ хисоб мекунем:

агар $x = 0$ бошад, он гоҳ $y = 0^2 = 0$ мешавад;

агар $x = 1$ бошад, он гоҳ $y = 1^2 = 1$ мешавад;

агар $x = 2$ бошад, он гоҳ $y = 2^2 = 4$ мешавад;

агар $x = 3$ бошад, он гоҳ $y = 3^2 = 9$ мешавад;

агар $x = -1$ бошад, он гоҳ $y = (-1)^2 = 1$ мешавад;

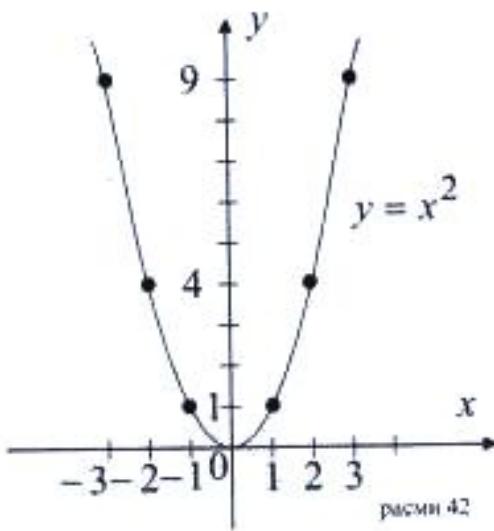
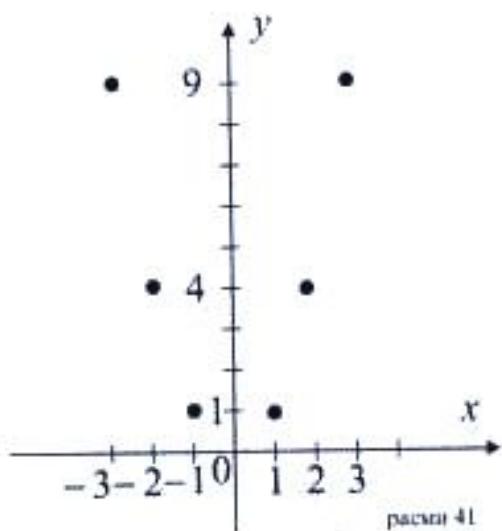
агар $x = -2$ бошад, он гоҳ $y = (-2)^2 = 4$ мешавад;

агар $x = -3$ бошад, он гоҳ $y = (-3)^2 = 9$ мешавад.

Аслан мо ҷадвали зеринро пур кардем:

| | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|----|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | -1 | -2 | -3 |
| y | 0 | 1 | 4 | 9 | 1 | 4 | 9 |

Нуқтаҳои координатаҳояшон $(0;0)$, $(1;1)$, $(2;4)$, $(3;9)$, $(-1;1)$, $(-2;4)$, $(-3;9)$ -ро дар ҳамвории координатии xOy месозем (расми 41). Ин нуқтаҳо дар ягон ҳат ҷойгиранд, ки онҳоро месозем (расми 42). Ин ҳатро *парабола* меноманд.



Азбаски x^2 барои қиматҳои дилҳоҳи x маъно дорад, пас ҳамаи ададҳои ҳакиқӣ соҳаи муайяни ин функсия ҳоҳад шуд. Аз ҳамин сабаб, ба аргументи x ҳамаи қиматҳои имконпазирро дода, қиматҳои мувофики тағирибандай у-ро ҳисоб карда, нуқтаҳои ҳосилшудаи $(x; y)$ -ро сохтан мумкин буд ва график бенуқсон ҳосил мешуд. Аммо микдори ин нуқтаҳо беохир аст. Аз ҳамин сабаб дар ҳамвории координатӣ нуқтаҳои микдорашон охирноки мувофиқро гирифта онҳоро бо хат пайваст мекунем.

Аз се нуқтаҳои гуногуни дар як хати рост ҳобанда дутоаш ба ҳамдигар симметрӣ номида мешаванд, ки агар онҳо аз нуқтаи сеюм дар масофаҳои баробар мавқеъ дошта бошанд.

Қайд мекунем, ки ба гайр аз нуқтаи координатаҳояш $(0; 0)$ ҳамаи нуқтаҳои дигар нисбат ба нуқтаҳои мувофики ти у ҷуфт-ҷуфт симметрианд. Нуқтаи $(0; 0)$ худ ба худ симметри мешавад.

Бинобар ин мегӯянд, ки тири *утири симметрии парабола* мебошад.

Одатан тири симметрия параболаро ба ду қисм чудо мекунад, ки онҳоро *шоҳаҳои парабола* меномем.

Нуқтаи координатаҳояш $(0; 0)$ -ро қуллаи *парабола* мегӯем.

Парабола дар нуқтаи $(0; 0)$ ба тири абсиссаҳо расанда мебошад.

Қимати хурдтарини $y = x^2$ ба 0 баробар аст, аммо қимати калонтарин мавҷуд нест.

Дар ҳолати $x = 0$ будан $y = 0$ мешавад. Дар ҳолатҳои $x > 0$ ва $x < 0$ будан $y > 0$ мегардад.

Донистани нуқтаҳои буриши графики параболаи $y = x^2$ ва хати рости $y = kx + b$ аз манфиат ҳолӣ нест.

Мисоли 1. Нуқтаҳои буриши параболаи $y = x^2$ ва хати рости $y = x + b$ -ро мёбем.

Дар як системаи координатаҳо графикҳои ин функсияҳоро месозем (расми 43). Онҳо дар нуқтаҳои A ва P

хамдигарро мебуранд. Координатаҳои ин нуқтаҳоро аз расми 43 меёбем. Барои нуқтаи A $x = -2$, $y = 4$ ва барои нуқтаи B $x = 3$, $y = 9$ -ро соҳиб мешавем. Агар ин киматҳоро дар муодилаи параболаи $y = x^2$ ва хати рости $y = x + 6$ гузорем, баробариҳои дуруст ҳосил мешаванд.

Ҷавоб: параболаи $y = x^2$ ва хати рости $y = x + 6$ дар нуқтаҳои $A(-2;4)$ ва $B(3;9)$ бурида мешаванд.

Ба графики параболаи $y = x^2$ назар накарда монетавонем муайян кунем, ки ин ё он нуқта ба график мутааллиқ аст ё не.

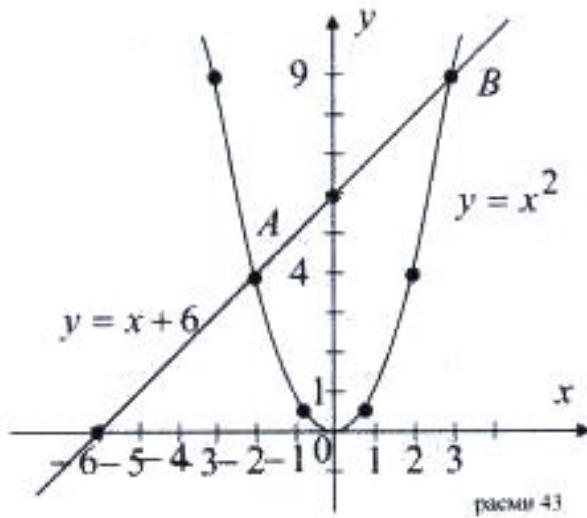
Мисоли 2. Муайян мекунем, ки қадоме аз нуқтаҳои

- а) $A(1;1)$; б) $B(-1;1)$ в) $C(3;8)$; г) $D(-2;4)$,

ба графики параболаи $y = x^2$ мутааллиқ аст. Бо ин мақсад координатаҳои нуқтаҳои A , B , C , D -ро ба ҷои x ва y дар баробарии $y = x^2$ гузошта мебинем, ки баробарии дуруст ҳосил мешавад ё не. Агар баробарии дуруст ҳосил шавад, пас ҳамон нуқта дар график меҳобад.

- а) $x = 1$, $y = 1$. $1 = 1^2$; $1 = 1$;
 б) $x = -1$, $y = 1$. $1 = (-1)^2$; $1 = 1$;
 в) $x = 3$, $y = 8$. $8 = 3^2$; $8 \neq 9$;
 г) $x = -2$, $y = 4$. $4 = (-2)^2$; $4 = 4$.

Пас, нуқтаҳои A , B , D мутааллики графики функсияи $y = x^2$ буда, нуқтаи C дар ин график намехобад.



расми 43

Қимати функцияи $y = x^2$ -ро барои қимати додашудаи аргумент ёбед:

278. а) -3 ; б) $-2,5$; в) $-1,5$; г) $-0,5$; д) 2 ; е) $1,2$.

279. а) $1\frac{1}{2}$; б) $-1\frac{1}{2}$; в) $-2\frac{2}{3}$; г) $3\frac{1}{4}$; д) $2\frac{2}{3}$; е) $-3\frac{1}{4}$.

Қимати аргументро барои қимати додашудаи функцияи $y = x^2$ ёбед:

280. а) 9 ; б) 4 ; в) 16 ; г) 1 ; д) 0 ; е) 25 .

281. а) $0,09$; б) $0,81$; в) $1,44$; г) $1,69$; д) 0 ; е) $0,36$.

Графики функцияи $y = x^2$ -ро насохта, муайян кунед, ки нуқтаи додашуда ба гарфик мутааллик аст ё не.

282. а) $A(2;4)$; б) $B(4;7)$; в) $C(3;9)$; г) $D(-3;9)$ д) $E(2;-4)$.

283. а) $F(0,4;0,16)$; б) $G(-0,5;0,25)$;

в) $H(1,4;2)$; г) $K(-1,4;1,96)$.

284. а) $M\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{9}\right)$; б) $N\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{8}\right)$;

в) $P\left(-\frac{4}{9}; \frac{16}{81}\right)$; г) $R\left(\frac{7}{8}; \frac{49}{64}\right)$

Нуқтаҳои буриши параболаи $y = x^2$ ва ҳати рости додашударо ёбед:

285. а) $y = 1$; б) $x = 1$; в) $y = 3$; г) $x = 2$; д) $y = -2$.

286. а) $y = x$; б) $y = -x$; в) $y = 2x$; г) $y = -2x$.

287. а) $y = 0,5x$; б) $y = -0,3x$; в) $y = 0$; г) $x = 0$.

288. а) $y = x + 1$; б) $y = x - 1$; в) $y = -x + 1$; г) $y = -x - 1$.

289. а) $y = 2x + 1$; б) $y = 2x - 1$; в) $y = x + 3$; г) $y = 3x - 2$

290. а) $y = \frac{2}{3}x + 1$; б) $y = \frac{2}{3}x - 1$; в) $y = \frac{3}{5}x - 3$; г) $1\frac{2}{3}x - 3$.

21. Функции $y=x^3$ ва графики он

Маълум аст, ки агар x тарафи куб ва у ҳачми он бошад, он гоҳ $y = x^3$ мешавад ва $y = x^3$ функция мебошад. Инро муоина карда, графикашро месозем. Ба қиматҳои муқобили $x = -a$ ва $x = a$ қиматҳои муқобили функция мувофик меоянд, яъне $(-a)^3 = -a^3$, $(a)^3 = a^3$.

Барои графики ин функцияро сохтан ҷадвали зеринро пур мекунем:

| | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|---|---|---|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | -27 | -8 | -1 | 0 | 1 | 8 | 27 |

Нуқтаҳои мувофикро дар ҳамвории координатии xOy месозем (расми 44).

Ин нуқтаҳо дар ягон хат ҷойгиранд, ки онро низ месозем. Ин хат *параболаи кубӣ* ном дорад.

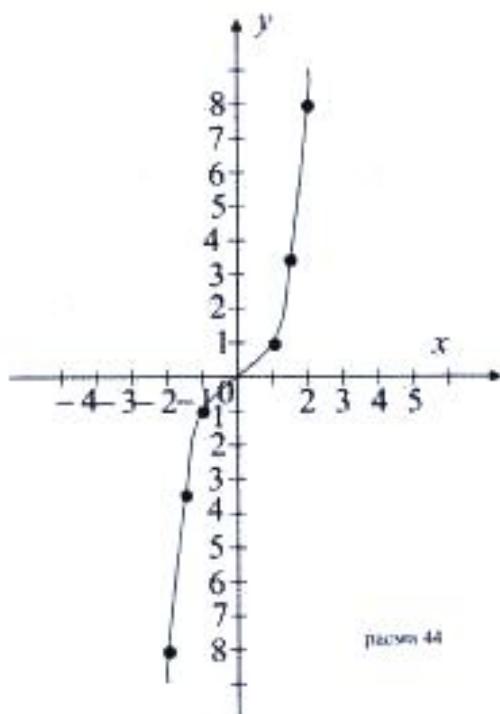
Бо сабаби барои қиматҳои дилҳоҳи x маъно доштани x^3 , ҳамаи ададҳои ҳақиқӣ соҳаи муайянни ин функция мешаванд.

Қайд мекунем, ки ба гайр аз нуқтаи $(0;0)$ ҳамаи нуқтаҳои дигар нисбат ба ибтидои координатаҳо ҷуфт-ҷуфт симметрианд. Бинобар ин мегӯянд, ки ибтидои системаи координатаҳо маркази симметрии параболаи кубӣ мебошад. Нуқтаи $(0;0)$ худ ба ҳудаш симметрӣ аст.

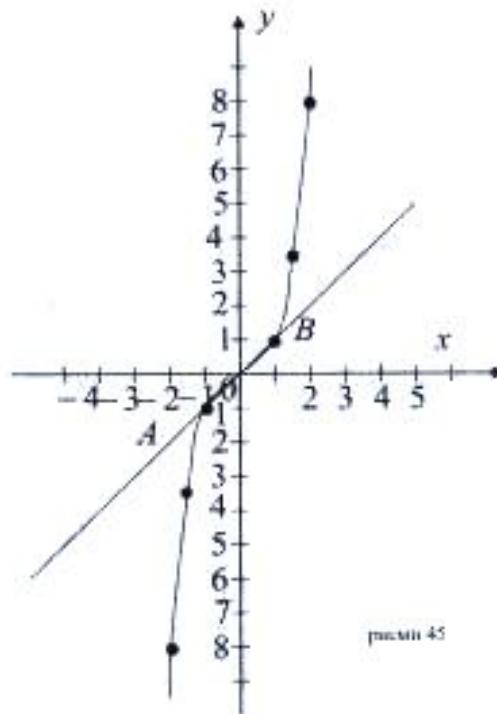
Функцияи $y = x^3$ қиматҳои калонтарину хурдтарин надорад. Дар ҳолати $x = 0$ будан $y = 0$ мешавад. Дар ҳолати $x > 0$ будан $y > 0$ ва дар ҳолати $x < 0$ будан $y < 0$ мешавад.

Азбаски $(-x)^3 = -x^3$ аст, бинобар ин ба қиматҳои муқобили x қиматҳои муқобили y мувофик меоянд. Пас, ҳамон нуқтаҳои график, ки абсиссаҳои муқобил доранд, нисбат ба ибтидои координатаҳо симметрӣ ҷойгир мешаванд.

Нуқтаҳои буриши параболаи $y = x^3$ ва ҳати рости $y = kx + b$ -ро муоина мекунем.



расми 44



расми 45

Мисоли 1. Нүктахой буриши параболаи $y = x^3$ ва хати рости $y = x$ -ро меёбем. Бо ин мақсад дар як системай координатаҳо графикҳои ин функцияҳоро месозем (расми 45). Онҳо ҳамдигарро дар нүктаҳои A , O , B мебуранд. Координатаҳои ин нүктаҳоро аз расми 45 меёбем. Координатаҳои нүктаи A : $x = -1$, $y = -1$, координатаҳои нүктаи O : $x = 0$, $y = 0$ ва координатаҳои нүктаи B : $x = 1$, $y = 1$ мебошанд. Ин қиматҳо баробариҳои $y = x^3$ ва $y = x$ -ро қаноат мекунонанд.

Чавоб: параболаи кубии $y = x^3$ ва хати рости $y = x$ дар нүктаҳои $A(-1;-1)$, $O(0;0)$, $B(1;1)$ ҳамдигарро мебуранд.

Ба графики параболаи кубии $y = x^3$ нигоҳ накарда муайян карда метавонем, ки ин ё он нүкта мутааллики график аст ё не.

Мисоли 2. Муайян мекунем, ки кадоме аз нүктаҳои

- а) $A(0,5;0,125)$; б) $B(0,2;0,008)$; в) $C(1,5;3,375)$; г) $D(-3;-27)$;
- д) $E(2;8)$; е) $F(-2;-8)$; ж) $H(2;-8)$; з) $K(5;125)$

мутааллики графики функцияи $y = x^3$ мебошад. Бо ин мақсад

координатаҳои ин нуктаҳоро ба ҷои x ва y дар баробарии $y = x^3$ мегузорем. Агар дар натиҷа баробарии дуруст ҳосил шавад, пас ҳамон нуктаҳо дар графики функции $y = x^3$ меҳобанд ва агар не, намеҳобанд.

- | | |
|------------------------------|-------------------|
| а) $x = 0,5$, $y = 0,125$. | $0,5^3 = 0,125$; |
| б) $x = 0,2$, $y = 0,008$. | $0,2^3 = 0,008$; |
| в) $x = 1,5$, $y = 3,375$. | $1,5^3 = 3,375$; |
| г) $x = -3$, $y = -27$. | $(-3)^3 = -27$; |
| д) $x = 2$, $y = 8$. | $2^3 = 8$; |
| е) $x = -2$, $y = -8$. | $(-2)^3 = -8$; |
| ж) $x = 2$, $y = -8$. | $2^3 \neq -8$; |
| з) $x = 5$, $y = 125$. | $5^3 = 125$. |

Пас, ҳамаи нуктаҳои додашуда, ба гайр аз нуктаи H , дар графики функции $y = x^3$ меҳобанд.

Ҷавоб: нуктаҳои A, B, C, D, E, F, K дар графики функции $y = x^3$ меҳобанд, вале нуктаи H мутааллики он график нест.

291. Қимати функции $y = x^3$ -ро барои қимати додашудаи аргумент ёбед.

- а) $-1,5$; б) -4 ; в) $-1,2$; г) 4 ; д) 0 ; е) $1,2$.

292. Қимати аргументро барои қимати додашудаи функции $y = x^3$ ёбед:

- а) 64 ; б) -64 ; в) 27 ; г) -27 ; д) 8 ; е) -8 .

293. Графики дар расми 45 тасвир шудаи функции $y = x^3$ -ро истифода бурда:

- а) қимати y -ро, ки ба $x = 0,5; 1,5; -1,5; 1,7; -1,7$ мувоғик гузашта шудааст, ёбед;
- б) қимати x -ро ёбед, ки ба он $y = -3; 3; 6$ мувоғик меояд.

294. Оё нүктаҳои зерин ба графики функцияи $y = x^3$ мутааллиқанд?

- а) $A(-0,1;-0,001)$; б) $B(0,1;0,001)$; в) $C(0,2;0,008)$;
г) $D(4;64)$; д) $E(-4;64)$; е) $F\left(1\frac{1}{3}; \frac{64}{27}\right)$; ж) $H\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{8}\right)$.

Нүктаи буриши параболаи кубии $y = x^3$ ва хати рости додашударо ёбед. Агар лозим шавад, расми 45-ро истифода баред:

- 295.** а) $y = 1$; б) $y = 0$; в) $y = 2$; г) $y = -2$; д) $y = -1$.
296. а) $y = 2x$; б) $y = -2x$; в) $y = -x$; г) $y = 3x$.
297. а) $y = x + 2$; б) $y = x - 2$; в) $y = -x + 1$; г) $y = x - 1$.

22. Ҳалли графиккии муодилаҳо

Мо соҳтани хатҳои рости зеринро медонем:

$x = a$ - хати рости ба тири Oy параллел;

$y = b$ - хати рости ба тири Ox параллел;

$y = kx$ - хати ростест, ки аз ибтидои координатаҳо мегузарад;

$y = kx + b$ - хати ростест, ки аз ибтидои координатаҳо b воҳид дур мегузарад.

Инчунин соҳтани графикҳои функцияҳои $y = x^2$ ва $y = x^3$ -ро муоина намудем.

Акнун ҳамаи онҳоро дар ҳал кардани муодилаҳо истифода мебарем.

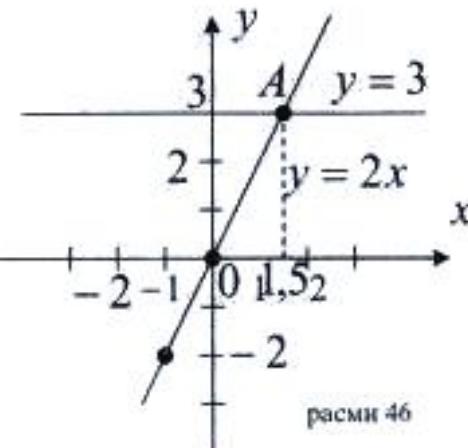
Мисоли 1. Муодилаи $2x - 3 = 0$ дода шудааст. Ҳалли онро медонем. $x = 1,5$ мешавад. Ҳаминиро бо тарзи графикӣ ҳам ҳосил кардан мумкин аст. Бо ин мақсад адади - 3-ро аз тарафи чап ба тарафи рост гузаронида баробарии $2x = 3$ -ро ҳосил мекунем. Агар тарафи чапи муодилаи охиринро бо у ишорат кунем, он гоҳ тарафи росташ ҳам бо у ишорат мешавад, яъне $y = 2x$, $y = 3$

Графикҳои ин ду функция-хоро дар як системаи координатаҳо месозем (расми 46). Чӣ хеле, ки мебинем ин ду хатҳои рост дар нуктаи A бурида мешаванд. Координатаҳои нуктаи A ба $x = 1,5$ ва $y = 3$ баробаранд. Агар ин қимати x -ро ба муодилаи $2x - 3 = 0$ гузорем, баробарии дуруст ҳосил мешавад:

$$2 \cdot 1,5 - 3 = 3 - 3 = 0.$$

Пас, адади 1,5 ҳалли муодилаи додашуда будааст.

Ҷавоб: 1,5



расми 46

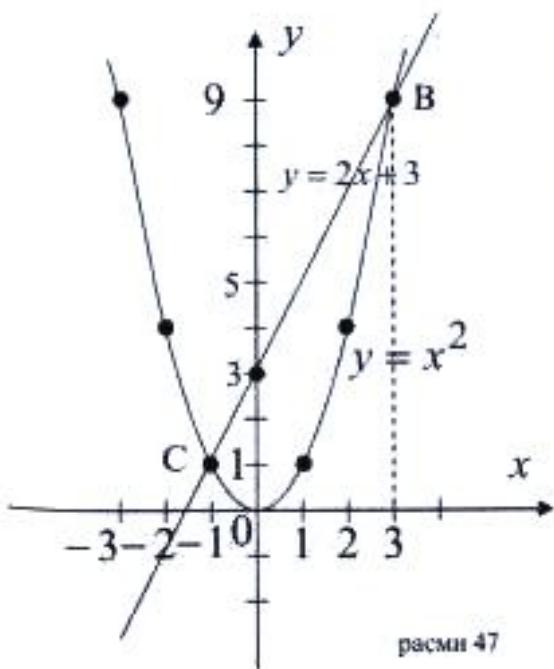
Мисоли 2. Муодилаи $x^2 = 2x + 3$ -ро ҳал мекунем. Тарафи чапи муодиларо бо уишорат мекунем. Он гоҳ тарафи росташ ҳам ба у баробар мешавад, яъне

$$y = x^2, \quad y = 2x + 3. \quad (1)$$

Графикҳои функцияҳоро дар як системаи координатаҳо месозем (расми 47).

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|----|----|----|---|---|---|---|
| x^2 | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |

| x | 0 | 1 |
|----------|---|---|
| $2x + 3$ | 3 | 5 |



Ин ду графикҳо дар нуктаҳои B ва C ҳамдигарро мебуранд. Абсиссаи нуктаи B ба 3 ва абсиссаи нуктаи C ба -1 баробар аст. Агар ин ададҳоро ба муодилаи аввала гузорем, баробарии дуруст ҳосил мешаванд. $3^2 = 9$, $2 \cdot 3 + 3 = 9$.

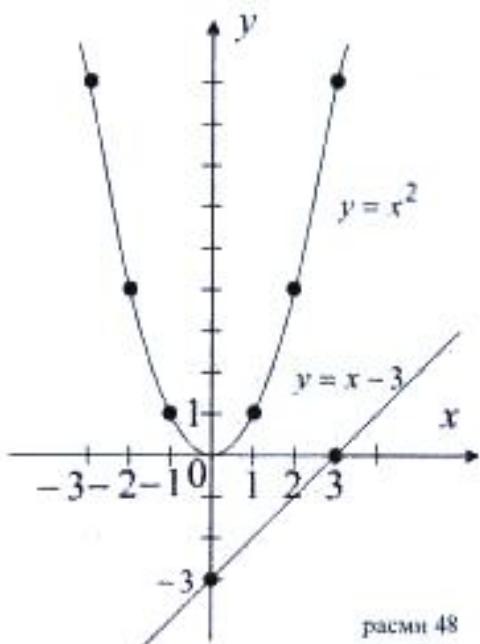
$$(-1)^2 = 1, 2 \cdot (-1) + 3 = -2 + 3 = 1.$$

Мисоли 3. Ҳалҳои муодилаи $x^2 = x - 3$ -ро меёбем.

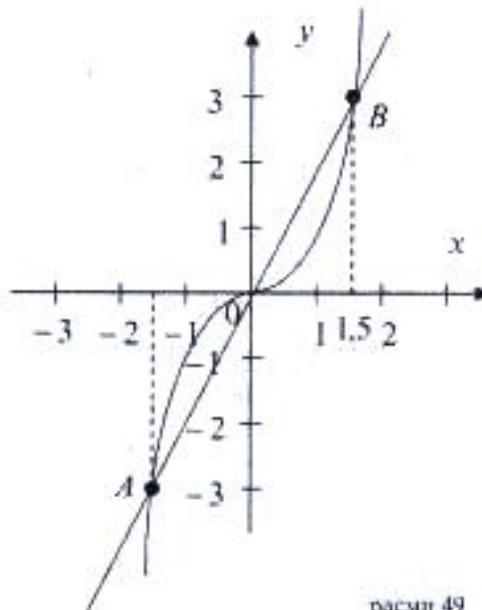
Боз мисли пештара амал мекунем: $y = x^2$, $y = x - 3$ ва графикҳо онхоро дар як системаи координатаҳо месозем (расми 48).

Мебинем, ки графикҳо ҳамдигарро намебуранд. Пас, нуқтаи буриш, ки абсиссааш барои ҳардуи хатҳо умумӣ бошад, мавҷуд нест. Муодила решадорад.

Чавоб: муодила решадорад.



расми 48



расми 49

Мисоли 4. Муодилаи $x^3 = x$ -ро ҳал менамоем. Беин мақсад тарафи чапи муодиларо бо уишорат мекунем, оғоҳ тарафи росташ ҳам ба у баробар мешавад, яъне

$$y = x^3, \quad y = x.$$

Аз расми 45 медонем, ки графикҳои ин функцияҳо дар нуқтаҳои $A(-1;-1)$, $O(0;0)$, $B(1;1)$ бурида мешаванд. Абсиссаҳои ин нуқтаҳо барои ҳарду график ҳам умумианд. Бинобар ин ададҳои $-1, 0, 1$ решоҳои муодилаи аввала мешаванд.

Чавоб: $-1, 0, 1$.

Мисоли 5. Муодилаи $x^3 = 2x$ -ро ҳал мекунем. Графики функцияҳои $y = x^3$ ва $y = 2x$ -ро дар як системаи координатаҳо месозем (расми 49). Графикҳо ҳамдигарро дар нуқтаҳои A , O , B мебуранд.

Координатаҳои нуктаи O , ки $x = 0$, $y = 0$ мебошанд, муодилаи аввала-ро қаноат мекунонанд. Аз расм намоён аст, ки координатаҳои нуктаҳои A ва B -ро дакиқ муайян карда наметавонем, бинобар ин тақрибан муайян мекунем. Азбаски мо графикро дакиқ сохта наметавонем ва ченкуниҳояшон низ тақрибӣ аст, бинобар ин абсиссаи нуктаи A тақрибан ба $-1,4$ ва абсиссаи нуктаи B тақрибан ба $1,5$ баробар менамояд. Аммо нуктаҳои A ва B нисбат ба ибтидои координатаҳо симметрӣ мебошанд. Аз ин рӯ, абсиссаҳои онҳо бояд ададҳои ба ҳамдигар муқобил бошанд, яъне агар абсиссаи нуктаи B адади a бошад, он гоҳ абсиссаи нуктаи A адади $-a$ мешавад. Ба ин шубҳа кардан лозим нест, зоро ҳардуи график нисбат ба ибтидои координатаҳо симметрӣ мебошанд. Нуктаҳои A ва B нуктаҳои умумии ин графикҳоянд.

Ҳамин тарик, як решани муодилаи $x^3 = 2x$ адади 0 буда, ду решашои дигар тақрибан ба $-1,4$ ва $1,5$ баробаранд.

Муодилаҳои зеринро графикӣ ҳал кунед:

- 298.** а) $x + 3 = 2x + 1$; в) $x - 4 = -x + 2$;
 б) $3x - 4 = -x$; г) $9 - 3x = -x + 5$.
- 299.** а) $x^2 = 1$; б) $x^2 = 2$; в) $x^2 = 4$; г) $x^2 = 0$.
- 300.** а) $x^2 = x$; б) $x^2 = 2x$; в) $x^2 = -x$; г) $x^2 = -2x$.
- 301.** а) $x^2 = 0,5x$; б) $x^2 = -0,5x$; в) $x^2 = 0,2x$; г) $x^2 = 0,3x$.
- 302.** а) $x^2 = \frac{1}{2}x$; б) $x^2 = -\frac{1}{2}x$; в) $x^2 = \frac{1}{5}x$; г) $x^2 = \frac{3}{10}x$.
- 303.** а) $x^2 = x + 0,75$; б) $x^2 = -x + 3,25$; в) $x^2 = x - 0,25$.
- 304.** а) $x^2 = x + 2$; б) $x^2 = x + 6$;
 в) $x^2 = -x + 2$; г) $x^2 = -x + 6$.
- 305.** а) $x^2 = 1,5x + 1$; б) $x^2 = 2,5x - 1$;
 в) $x^2 = 3x - 2$; г) $x^2 = -3x - 2$.

$$306. \text{ а)} x^2 = -2x - 1;$$

$$\text{б)} x^2 - 2x + 1 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 = x - 3;$$

$$\text{г)} x^2 = -x - 3.$$

$$307. \text{ а)} x^3 = -x; \text{ б)} x^3 = -2x; \text{ в)} x^3 = -x + 3; \text{ г)} x^3 = -2x + 1.$$

23. Саҳви мутлақи қимати тақрибӣ

Фарз мекунем, ки бузургии a -ро чен кардему асбоб қимати a_1 -ро нишон дод ва a_1 аз a фарқи кам дорад. Дар ин маврид мегӯянд, ки a ба a_1 тақрибан баробар аст ва ин тавр менависанд:

$$a \approx a_1$$

Аломати \approx , аломати баробарии тақрибӣ мебошад.

Бузургии $|a - a_1|$ саҳви мутлақи баробарии тақрибӣ
 $a \approx a_1$ номида мешавад.

Ҳамагуна адади h , ки аз саҳви мутлақ қалон ё ба он баробар аст:

$$h \geq |a - a_1|.$$

баҳои саҳви мутлақи наздикишавӣ ё мухтасар саҳви наздикишавӣ
 $(a \approx a_1)$ номида мешавад.

Мо на ҳама вақт саҳви мутлақи наздикишавиро муайян карда метавонем. Аз ҳамин сабаб, одатан саҳви наздикишавиро меёбем. Ҳангоми то даҳякӣ, садякӣ, ҳазорякӣ ва гайра яклухткунии касрҳои даҳӣ қиматҳои тақрибӣ бо саҳеҳии то $0,1; 0,01; 0,001$ ва гайра ҳосил карда мешаванд. Масалан, адади $3,412$ -ро бо саҳеҳии то даҳякӣ яклухт карда, адади $3,4$ -ро ҳосил мекунем. Адади $3,4$ қимати тақрибии адади $3,412$ бо саҳеҳии то $0,1$ мебошад. Пас, саҳви мутлақ

$$|3,412 - 3,4| = 0,012$$

мебарояд, ки ин аз $0,1$ хурд аст, яъне $0,012 < 0,1$. Ҳамин тарик, саҳви мутлақ ба $0,012$ баробар аст ва саҳви наздикишавӣ $0,1$ мебошад.

Касри $\frac{1}{3}$ -ро ба касри даҳӣ табдил дода, онро то даҳякӣ,

то садякӣ, то ҳазорякӣ яклухт мекунем ва дар ҳар як ҳолат саҳви мутлақи наздишавиро меёбем.

$$\frac{1}{3} = 0,3333\dots; \quad \frac{1}{3} \approx 0,3; \quad \frac{1}{3} \approx 0,33; \quad \frac{1}{3} \approx 0,333; \quad \frac{1}{3} \approx 0,3333.$$

308. Ҳангоми ҳисоб кардани касри $\frac{2}{7}$ онро ба касри даҳии 0,28 иваз карданд. Саҳви мутлақи ин ҳисобкуни тақрибӣ чигуна аст?

309. Фурӯшанда борро дар тарозуи саҳехтарин бармекашид. Ҳаридор 2 кг қанд ҳарида, онро дар ду тарозуи дигар, барои санчиш, баркашид. Тарозуи якум онро 2,1 кг ва тарозуи дуюм 1,9 кг нишон дод. Саҳви мутлақи ин ченкуниҳоро ёбед.

310. Дар синфи ҳафтум дарозии рӯи мизро бо хаткашаки талабагӣ ду маротиба чен карда, онро аввал 98 см ва баъд 98,5 см бароварданд. Саҳви мутлақи ин ченкуни чӣ қадар аст?

311. Чор катаки дафтарро як воҳиди дарозӣ қабул карда, графики параболаи $y = x^2$ -ро дар системай координатаҳо созед. Қиматҳои ба $x = 0,5$ ва $x = 0,25$ мувоғиқояндаи $y = x^2$ -ро чен кунед. Саҳвҳои мутлақи дар ин ченкуниҳо содиршударо ҳисоб кунед.

312. Расми 45-ро истифода бурда, қиматҳои тақрибии функцияи $y = x^3$ -ро барои ҳолатҳои $x = 0,5$ ва $x = 1,5$ чен кунед. Саҳвҳои мутлақи дар ин ченкуниҳо содиршударо ёбед.

24. Саҳви нисбии қимати тақрибӣ

Нисбати саҳви мутлақ ба модули қимати тақрибиро саҳви нисбии қимати тақрибӣ меномем.

Агар $a \approx a_1$ бошад, саҳви нисбӣ
$$\frac{|a - a_1|}{|a|} = \left| \frac{a - a_1}{a} \right|$$
 мешавад.

Мисол, агар $a = 17,83$ ва $a_1 = 18$ бошад, он гоҳ баробарии тақрибии $17,83 \approx 18$ бо саҳви мутлақи

$$|a - a_1| = |18 - 17,83| = 0,17 \text{ ва бо саҳви нисбии}$$

$$\left| \frac{a - a_1}{a} \right| = \frac{0,17}{17,83} < \frac{0,17}{17} = 0,01 \quad \text{хосил мешавад.}$$

Раванди ҳалли ин мисолро бори дигар аз назар гузаронида, баъд машқҳои зеринро ичро кунед:

313. Ададҳои додашударо то воҳид яклухт карда, саҳви мутлаку нисбиро хисоб намоед.

а) 3,2; б) 4,7; в) 6,84; г) 1,39; д) 4,09; е) 0,96.

314. Адади 3,483-ро то даҳякӣ яклухт карда, саҳви мутлак ва нисбии наздикшавиро ёбед.

315. Адади 2,8627-ро то даҳякӣ яклухт карда, саҳви нисбии ин яклухткуниро хисоб кунед.

Маълумоти таъриҳӣ

Риёзидони юнони қадим Диофант (асри III пеш аз милод) муодилаҳои $12x^2 + x = 1$, $630x^2 + 73x = 6$ -ро ҳал карда тавонистааст, ки решоҳои онҳо мувофиқан ба $\frac{1}{4}$ ва $\frac{1}{18}$ баро-

баранд (решоҳои манфии $-\frac{1}{3}$ ва $-\frac{6}{35}$ ба хисоб гирифта намешуданд). Вай навиштаҳои ҳозиразамони x , x^2 , x^3 -ро дар намуди σ' , δ^v , ω^v тасвир кардааст, яъне дар замони Диофант ҳам мағҳуми дараҷа вучуд дошта аст. Ал-хоразмӣ квадрати адад ва кубро бо сухан баён кардааст.

Ал-коши квадрат, куби адад, инчунин дараҷаи чорум ва дараҷаи панҷуми ададро медонистааст. Ба ҷои навишти ҳозираи x , x^2 , x^3 риёзидони фаронсавӣ Ф. Виет (1540-1603) ишоратҳои N , Q , C -ро истифода бурдааст, ки онҳо ҳарфҳои аввали қалимаҳои лотинии Numerus, Quadratic, Cubus мебошанд. Мъенои ин қалимаҳо мувофиқан адад, квадрат ва кубанд. Риёзидонҳои дигар ишоратҳои дигарро ба кор бурдаанд. Намуди ҳозираи x , x^2 , x^3 , x^4 , x^5 -ро риёзидони фаронсавӣ Р. Декарт дар соли 1637 истифода бурда аст. Доҳил кардани ишорати a^n ба қалами И. Нийутон мансуб мебошад. Дар китоби «Арифметика»-и Л. Магнитский, ки соли 1703 аз чоп баромада буд, квадрати тағйирёбанда бо як ҳарфи q ишорат гардидааст.

БОБИ IV. БИСЁРУЗВАХО.

25. Бисёрузваҳо

Дар бисёр маврид лозим меояд, ки якузваҳоро чамъу тарҳ кунем.

Масалан, $2a^3x + 7by$; $3x + 7y$; $12b - 5a$ ва гайра.

Тарҳро чун чамъ нишон додан мумкин аст:

$$12b - 5a = 12b + (-5a)$$

Ифодаи $3a^2x + 8by - 5x^2 - 2y$ суммаи якузваҳои $3a^2x$, $8by$, $-5x^2$, $-2y$ мебошад, яъне $3a^2x + 8by + (-5x^2) + (-2y)$.

Суммаи аз якчанд якузваҳо тартиб додашударо бисёрузва мегўем. Якузва ҳолати хусусии бисёрузва аст. Ҳар кадом якузваи дар таркиби бисёрузва мавҷудбударо узви бисёрузва меномем. Вобаста ба ҳамин бисёрузваи ду узв доштаро дуузва, се узв доштаро сеузва ва гайра мегўем.

Узвҳои қисмҳои ҳарфии яхела доштаро узвҳои монанди бисёрузва меномем.

Масалан, $3a^2b$, ба $-7a^2b$, $4xy^3$ ба $-11xy^3$, a^4b^2 ба $3a^4b^2$ монанд аст, яъне узвҳои монанд ё фактат бо коэффициенташон фарқ мекунанд ё ки умуман фарқ намекунанд.

Бисёрузваи ҳамаи узвҳояш дар намуди стандартӣ навишташударо, ки дар байнашон узвҳои монанд мавҷуд нестанд, *бисёрузваи намуди стандартӣ* меномем.

Масалан, $5x^3y + 3x^2y^3 - 12y^4 + 1$ бисёрузваи намуди стандартӣ аст.

Узвҳои бисёрузваро дар намудҳои гуногун чунон бо тартиб навиштан мумкин аст, ки нишондиҳандаҳои ягон тағиیرёбанда қам шуда раванд.

Масалан, нишондиҳандаҳои тағиирёбандаи у-и бисёрузваи $5x^3y + 3x^2y^3 - 12y^4 + 1$ -ро бо тартиби камшавиашон

менависем: $-12y^4 + 3x^2y^3 + 5x^3y + 1.$

Дар ин чо нишондиҳандаи калонтарини у ба 4 баробар аст, чунин бисёрузваро нисбат ба тағиирёбандаи у бисёрузвай дараҷаи чорум меномем. Бисёрузвай $5x^3y + 3x^2y^3 - 12y^4 + 1$ -ро нисбат ба тағиирёбандаи x бисёрузвай дараҷаи сеюм мегӯем. Нисбат ба ҳарду тағиирёбандаҳо сухан рондани бошем, нишондиҳандаи калонтарин дар узви $3x^2y^3$ мушоҳида мешавад ва он $2 + 3 = 5$ аст. Бинобар ин он бисёрузваро нисбат ба ҳардӯи тағиирёбандаҳо бисёрузвай дараҷаи панҷум мегӯем. Узви тағиирёбанда надоштаи бисёрузва узви озод ном дорад. Дар бисёрузвай болоӣ 1 узви озод аст.

316. Аз якузваҳои зерин бисёрузва тартиб дихед:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| а) $x^2, -2ax, a^2, -1;$ | в) $0, x^2, -3x;$ |
| б) $2x, y, -z, 4;$ | г) $3a^2, 3b^2, 3c^2, 3.$ |

317. Оё ифодаҳои зерин айниятанд?

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| а) $3x + 4x$ ва $7x;$ | г) $x^3 - x^2$ ва $0;$ |
| б) $a^2 + a - a^2$ ва $a;$ | д) $a + a^2$ ва $a^3;$ |
| в) $a^3 - a - a^3 + a$ ва $0;$ | е) $a^3 \cdot a$ ва $a^4.$ |

318. Бисёрузваҳои зерин аз суммаи қадом якузваҳо тартиб ёфтаанд?

- | | |
|------------------------|---------------------|
| а) $4a - 3x^2 + 1;$ | в) $9p^2 - 4q^2;$ |
| б) $-2a^2 + 4a^3 - y;$ | г) $ax^2 - bx + c.$ |

319. Қадоме аз ифодаҳои зерин бисёрузва аст?

- | | | |
|------------------|--------------|------------------------------|
| а) $5a^2 + 4;$ | в) $21ab^3;$ | д) $a^2 - 4x + \frac{2}{y};$ |
| б) $axy - ay^2;$ | г) $0;$ | е) $\frac{5}{x - y}.$ |

320. Қимати бисёрузваро ҳисоб кунед:

- а) $x^3 + 4x + 9$ агар $x = 1$ бошад;
- б) $1,2a^2 + 0,8a^2$ агар $a = 2$ бошад;
- в) $3,7a - 2,7a$ агар $a = 73$ бошад;
- г) $6,3b - b^2$ агар $b = 10$ бошад.

321. Кадаңыз бисёрузвахой зерин намуди стандарттій дорад?

- а) $a - 4x$;
- в) $y^3 + 4ay - y^2 + a$;
- д) $x^2 - x - y^2 - y$;
- б) $x - x^2 + a$;
- г) $a^2 + 5a + b - 2a$;
- е) $a - b + a + b$.

322. Бисёрузвахой зеринро дар намуди стандарттій нависед:

- | | |
|----------------------------|------------------------------------------------------------|
| а) $a + b + 3a - 4b$; | г) $4x - x^2 + 3xy - 4x \cdot 2y$; |
| б) $a + b^2 + 5a^2 - 9b$; | д) $x + x^2 + x^3 - x - x^2$; |
| в) $5 + 7x^3 - x^3 + 6$; | е) $\frac{1}{3} \cdot 3a + \frac{1}{7}a \cdot 14b - 2ab$. |

323. Бисёрузвахой зеринро дар тартиби камшавии нишондиқандахой x нависед:

- а) $ax^4 - bx^2 + cx^3 dx$;
- в) $5x + 3x^2 + 4x^3 - x^4$;
- б) $px^3 + qx^2 + 2x$;
- г) $a + ax^3 \cdot bx^2 + x$.

324. Дараачаи бисёрузваро нисбат ба тағиирёбандай x нишон диҳед:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| а) $axz^3 - x^4 z$; | в) $b^3 x^8 - bx^8$; |
| б) $5x^3 y + 3x^2 y + 1$; | г) $7x^2 + 2x^3 - y^4$. |

325. Ҳар як узви бисёрузваро ба намуди стандарттій оварда, онро содда кунед:

- а) $7a^2 4ba + 2a^2 b 3a - 17a^3 b^2$;
- б) $5xy^2 3xy - 6x^2 y 4y^2 + x^3 y^2$;
- в) $4,2xy - 5xyz - 3ab 4abc$;
- г) $axyz^2 \left(-\frac{1}{a} \right) 2y + xy^2 xz^2$.

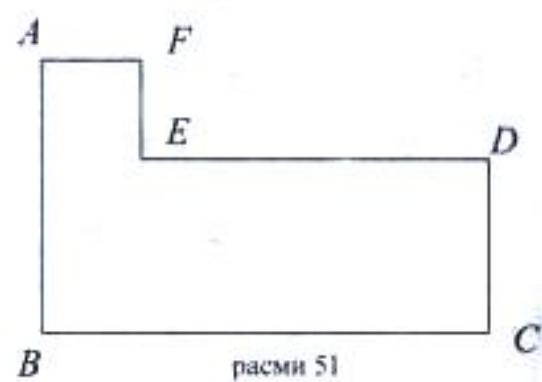
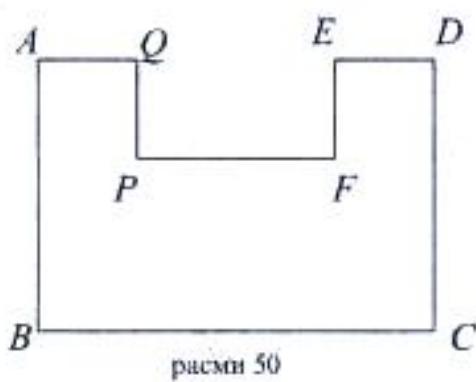
326. Узвҳои монанди бисёрузваро ислоҳ кунед:

$$\text{а)} \frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{4}a^3 - \frac{1}{16}a^3; \quad \text{б)} \frac{1}{3}b^3 - \frac{1}{5}b^3 + \frac{1}{24}b^2;$$

$$\text{в)} 3x + 4y + 4y - 6x; \quad \text{г)} x^2 + 2y^3 - 3x^2 - y^3.$$

327. Периметри шакли дар расми 50 тасвир шударо ҳисоб кунед, ки агар $AB = a$, $BC = b$, $EF = PQ = c$ бошад.

328. Масоҳати шакли дар расми 51 тасвир шударо ҳисоб кунед, ки агар $AB = a$, $BC = b$, $EF = AF = c$ бошад. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.



329. Суммаи се ададҳои ҷуфти пай дар пайро нависед, ки қалонтаринаш $2n$ бошад. Исбот кунед, ки ин сумма ба 6 тақсим мешавад.

Ҳал. Ин ададҳо $2n - 4$, $2n - 2$ ва $2n$ мебошанд. Суммаи онҳо $2n - 4 + 2n - 2 + 2n = 6n - 6$ аст. Дуузваи охиронро мувофиқи қонуни тақсимоти зарб дар намуди $6 \cdot (n - 1)$ менависем. Ин адад ба 6 қаратӣ аст. Пас, адади натуралии n чигунае, ки бошад, суммаи $2n - 4 + 2n - 2 + 2n$ ба 6 тақсим мешавад, ки исботи он талаб карда шуда буд.

330. Суммаи се ададҳои токи пай дар пайро нависед, ки хурдтаринашон $2n - 1$ бошад. Исбот кунед, ки ин сумма ба 3 тақсим мешавад.

331. Ададеро дар намуди бисёрузвара нависед, ки a садӣ, b даҳӣ ва c воҳид дошта бошад.

332. Кадом ададро ба 11 зарб кунем аз худаш 50 воҳид зиёд мешавад?

333. Кадом ададро ба 8 тақсим кунем аз худаш 14 воҳид кам мешавад?

26. Бо ёрии микрокалкулятор ҳисоб кардани қимати бисёрузва

Барои бо микрокалкулятори «Электроника МК-57» ҳисоб кардани қимати бисёрузва хотири онро истифода мебарем. Агар адади дар экран пайдо шударо ба хотири микрокалкулятор дохил карданӣ бошем, тугмачаи **[П₊]**-ро зер мекунем, ки баъди ин дар тарафи чапи экран нукта пайдо мешавад. Агар ин ададро аз хотири микрокалкулятор ба экран бароварданӣ бошем, тугмачаи **[ИП]**-ро зер мекунем. Агар тугмачаи **[СП]**-ро зер кунем, адади дар хотир буда тоза карда мешавад ва он нуктаи тарафи чапи экран хомӯш мегардад. Агар ба адади дар хотир буда адади дигарро ҷамъ карданӣ бошем, ин адади навро дар экран пайдо карда, тугмачаи **[П₊]**-ро зер мекунем ва агар тарҳ карданӣ бошем, тугмачаи **[П₋]**-ро пахш мекунем.

Мисол. Бо ёрии микрокалкулятор қимати бисёрузваи $a^4 + b^2 - 2c$ -ро ҳангоми $a=2,3$, $b=3,7$ ва $c=0,04$ будан меёбем.

Ҳал. Дараҷаи ҷоруми адади a , яъне $2,3^4$ -ро ин тавр ҳисоб мекунем: $2,3 \times 2,3 \times 2,3 \times 2,3 =$
ё ки қӯтоҳтар: $2,3 \times = \times =$

Агар микрокалкулятор тугмачаҳои **[F]** ва **[y^x]** дошта бошад, схемаи болоӣ намуди $2,3 [F] [y^x] 4 =$ -ро мегирад.

Ҳамин тарик, барномаи ҳисоб ин тавр аст:

$$\underbrace{2,3 \times = =}_{a^4} \quad \underbrace{3,7 \times =}_{b^2} \quad \underbrace{2 \times 0,04 =}_{2c} \quad \text{Ҷавоб. } 41,5941$$

Агар микрокалкулятор хотир надошта бошад, он гоҳ a^4 , b^2 , $2c$ -ро алоҳиди ҳисоб карда, ба дафтар менависем ва баъд амалҳои ҷамъ ва тарҳро иҷро мекунем.

- 334.** Бо ёрии макрокалкулятор кимати бисёрузваро хисоб кунед:
- $a^2 + 3,2$ ҳангоми $a = 2,31$ будан;
 - $241,5 - a^2$ ҳангоми $a = 1,42$ будан;
 - $a^4 + 3a^3 - 2b$ ҳангоми $a = 3,2$ ва $b = 42,0808$ будан;
 - $a - b^4$ ҳангоми $a = 93,0081$; $b = 2,9$ будан.

335. Дар схемаҳои зерин барномаи бо ёрии микрокалкулятор хисобкунни кимати бисёрузва дода шуда аст. Худи бисёрузваро баркарор кунед:

$$a \times \boxed{\quad} \equiv \boxed{\quad} \equiv 2 \boxed{H_+} \times a \equiv; \quad b \times \boxed{\quad} \equiv \boxed{\quad} \equiv \boxed{H_-} 0.5 \equiv$$

27. Чамъ ва тарҳи бисёрузваҳо

Барои чамъ кардани ду бисёрузва онҳоро бо аломати чамъ пайваст кардан кифоя аст. Суммаи бисёрузваҳои $x^2 + ax + a^2$ ва $y^2 + by + b^2$ бисёрузваи $x^2 + ax + a^2 + y^2 + by + b^2$ мебошад. Агар дар сумма узвҳои монанд мавҷуд бошанд, онҳоро ислоҳ мекунем.

Мисол. Бисёрузваҳои $3x^2 - 4x + 5$ ва $2x^2 + 7x$ -ро чамъ мекунем: $3x^2 - 4x + 5 + 2x^2 + 7x = 5x^2 + 3x + 5$.

Агар A , B , C бисёрузваҳо бошанд, барои онҳо қонуихои ҷойивазкуй ва гурӯҳбандии чамъ ҷойдоранд, яъне

$$A + B = B + A, \quad A + (B + C) = (A + B) + C$$

Агар як бисёрузваро аз бисёрузваи дигар тарҳ кардан лозим бошад, баъди навишта шудани бисёрузваи тарҳшаванда аломати минус мегузорем ва тарҳкунандаро ба қавсҳо гирифта менависем. Барои иҷрои амал қавсҳоро, ки пеш аз онҳо аломати минус истодааст, мекушоем ва аломати ҳамаи узвҳои доҳили қавсҳоро ба муқобилаш иваз мекунем

Мисол. Фарқи бисёрузваҳои $2xy + z - 5$ ва $xy + z - 7$ -ро меёбем.

$$\text{Ҳал. } 2xy + z - 5 - (xy + z - 7) = 2xy + z - 5 - xy - z + 7 = xy + 2.$$

Чамъу тархи бисёрузваҳоро дар сутун низ гузаронидан мумкин аст. Дар ин маврид узвҳои монандро таҳти яқдигар менависем.

$$\begin{array}{r}
 \text{Мисол: } +5x^2y - 3yz + 4xz \\
 \quad \quad \quad - 7xyz - 4xy + 2xz + yz \\
 \quad \quad \quad 7yz + xz \\
 \hline
 \quad \quad \quad 5x^2y + 4yz + 5xz \\
 \quad \quad \quad 3xyz - 7xy + 3xz - 5yz
 \end{array}$$

Сумма ва фарқи бисёрузваҳо боз бисёрузва аст.

336. Бисёрузваҳои зеринро чамъ кунед:

- а) $4x^2y + yz$ ва $3y^2 - 2yz + 5$;
- б) $3x^3 + 2x^2 - 5x + 7$ ва $3x^2 + 4x - 8$;
- в) $a^3 + ab^2$ ва $ab^2 - a^3 - 9$;
- г) $0,1x - 1,7x^2 - x^3$ ва $0,3x^3 + 0,7x$;
- д) $3\frac{1}{7}ab - \frac{4}{5}a^2b^2 - 3\frac{1}{2}a^2$.

337. Фарқи бисёрузваҳои зеринро ёбед:

- а) $3x^2 + 5x + 4$ ва $x^3 + 5x - 3$;
- б) $7y^3 + 2y - 5$ ва $2y^3 - y + 16$;
- в) $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b^3$ ва $\frac{4}{3}a - \frac{1}{3}b^3 + a^2$;
- г) $4xy^2$ ва $-2,7xy^2 + 7x^2$.

Ифодаҳои дар машқҳои 338-340 нишон додашударо содда кунед.

- 338.** а) $5x^2 + 3x + (6 - 11x - 2x^2)$ б) $4x^2 - 2x + (5 + 3x^2 - 7x)$
 в) $6xy + 5y - (3xy - 2y) + 5$; г) $8xy - 3y + (xy + y) - 4$;

- 339.** а) $2 - a + 4a^2 + 3a^3 + (-a^3 - 3a^2)$
 б) $a - 2ab + 4ab^3 + (3ab^3 + 2ab - a)$
 в) $(-3xy + x - 2x^3y) - (4xy - y - 5x^3y)$
 г) $(3ax - 2a^2) + (-2ax - 7a^2) - (-ax)$

340. а) $18ax^2 + 9a^2x - 5a^2x + 13ax^2 - a;$

б) $-2y^3 + 3by - 4 + (5 - y - 2by);$

в) $3 - 7cz + z - (-4cz - z - 1);$

г) $4\frac{2}{3}dt^2 - \left(\frac{2}{3}d^2t - 1\frac{1}{3}dt^2 - t^3\right);$

д) $(0,5u)^3 - 0,6u^2 - (0,3^3u^3 - 0,7^2u)$

341. Ба бисёрузваи $2x^4 - 3x^2 + x - 5$ кадом бисёрузваро чамъ кардан лозим аст, ки:

а) бисёрузваи $3x^4 + x^2 + 7$ ҳосил шавад;

б) бисёрузваи $2x^3 + 3x^2 - 9$ ҳосил шавад?

342. Аз бисёрузваи $y^3 - 7y^2 + 5y - 2$ кадом бисёрузваро тарҳ кардан лозим аст, ки:

а) бисёрузваи $4y - 3$ ҳосил шавад;

б) бисёрузваи $y^2 - 2y + 7$ ҳосил шавад?

343. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $2x^3 - x^2 + 4x - 3 - (2x^3 - 2x^2 - 4)$ ки агар $x = 2$ бошад;

б) $5x^2 - (-x^3 + 5x^2 + 2)$ ки агар $x = -2$ бошад;

в) $3a - (2 - a^2 - a^3) - (3a + a^2 - a^3)$ ки агар $a = \frac{3}{4}$ бошад;

г) $05b^2 - (3 - 0,5b^2 + 0,3b^3) - (b^2 - 1,3b^3)$ ки агар $b = 0,5$ бошад.

344. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $(3x - 4) + (7x - 6) = 20;$ б) $2y - 5 - (7 - 3y) = 18;$

в) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x - \left(-\frac{2}{3} + \frac{4}{9}x\right) = 1\frac{2}{9};$ г) $-4,8 - (2,4 - 5,2x) = 3,4x.$

345. Барои кадом қимати x фарки қиматҳои бисёрузваҳои $2x^3 + 5x + 8$ ва $2x^3 + 2x - 1$ ба 15 баробар мешавад?

346. Дар се деха 4800 нафар ахолӣ ҳаёт ба сар мебарад. Дехаи дуюм назар ба дехаи якум ду маротиба зиёд ва дехаи сеюм назар ба дехаи дуюм 120 нафар кам ахолӣ дорад. Дар ҳар қадом деха чанд нафар ахолӣ ҳаст?

347. Дарозии тарафҳои секунча бо се ададҳои пай дар пайи натуралии ток ӣфода мешаванд. Дарозии ин тарафҳоро ёбед, ки агар периметри секунча ба 21 см баробар бошад.

348. Исбот қунед, ки суммаи 4 ададҳои натуралии токи пай дар пай ба 8 бебақия тақсим мешавад.

28. Зарби бисёрузва ба якузва

Барои ададҳои дилҳоҳи a, b, c, d дар асоси қонуни тақсимотии зарб баробариҳои зерин ҷой доштанд:

$$(a+b)c = ac + bc, \quad (a+b+c)d = ad + bd + cd.$$

Ҳар қадоми баробариҳо айният аст. Агар ба ҷои a, b, c, d якузваҳои тағиیرёбандадор гузорем ҳам, баробарии дуруст ҳосил мешавад: $(3x^2y + 5xy^2) \cdot z = 3x^2yz + 5xy^2z$.

Дар баробарии охирин ифодаи доҳили қавсҳо бисёрузва буда, дар беруни қавсҳо якузваи зарбшаванда истодааст. Ҳамин тарик, мо зарби бисёрузва ба якузваро ҳосил кардем, яъне *барои бисёрузваро ба якузва зарб кардан ҳар як узви бисёрузваро ба якузваи додашуда зарб карда, ҳосили зарбҳои ҳосил шударо ҷамъ кардан кифоя аст*. Қайд мекунем, ки $(a+b) \cdot c = c \cdot (a+b)$ мебошад.

349. Ифодаҳоро зарб қунед:

а) $5x + 2y$ ва $3x$; д) $7x^3 - 1,5x$ ва $-2x^2$;

б) $4a - 3b$ ва $5ab$; е) $c^3 + 5c$ ва c^2 ;

в) $x^2 - 3x$ ва $2x$; ж) $b^2 - bc$ ва $-4bc$;

г) $y - \frac{3}{4}$ ва $-4y^2$; з) $m^2 + mn$ ва $-mn$.

350. Ифодаҳоро зарб қунед:

а) $x^2 + x + 1$ ва x^3 ; г) $5 - m + m^2$ ва $-3mn^2$;

б) $x^3 + ax + a^2$ ва $-ax$ д) $3\frac{2}{5}y^2 - y^3 - \frac{1}{5}$ ва $-5xy^2$;

в) $2,5a - a^2 + a^3$ ва $-\frac{2}{5}ab^2$; е) $0,1x^2 - 0,1x - 0,1$ ва $0,1x$.

351. Амалхоро ичро карда, ифодаи ҳосил шударо ба бисёрузваи намуди стандартӣ табдил дихед:

а) $3x^2 + x \cdot 2x^2 - 5x^4 + 7$; в) $a^2 - 4ab - a + a + 1$;

б) $3y \cdot y^3 + 1 + 2y^4 - y^2$; г) $6y + (x^2 - 3y)2x + x(x - 1) + 2$.

352. Ифодаро ба намуди бисёрузва нависед:

а) $(a + 2)a^3$; б) $a^3(b + 2)$; в) $(b^2 - b)b^2$;

г) $(3x + 2y) \cdot 0,7x$; д) $(ab - c)c^4$; е) $(x^2 - 2x + 1)(-3x)$

353. Оё ифодаҳои зерин ифодаҳои айниятианд?

а) $(4x - y)x$ ва $4x^2 - xy$; в) $(3a^2 + b)b$ ва $b^2 + 3a^2b$;

б) $(x - y)y^2$ ва $xy^2 - y^3$; г) $(x - y - 3)xy$ ва $x^2y - xy^2$.

354. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $(x^2 - 3)x^2 - x(x^3 - 3x + 2)$ ҳангоми $x = -7,5$ будан;

б) $(y^2 - a)y - y(y^2 - a - 5)$ ҳангоми $a = 1$, $y = 0,9$ будан;

в) $b^3 + 2b^2 - b - b(4 + 2b + b^2)$ ҳангоми $= 0,6$ будан;

г) $(a - b) \cdot b + (b^3 + b - a) \cdot b$ ҳангоми $a = 3$, $b = 4$ будан.

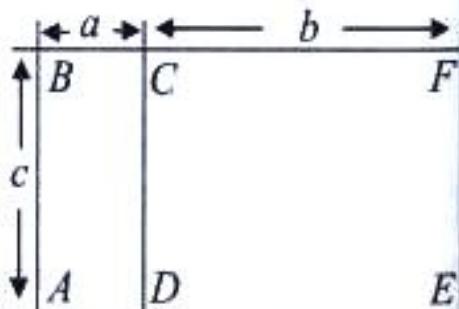
355. Расми 52-ро истифода бурда, барои ададҳои мусбати a, b, c дурустии баробарии $(a + b) \cdot c = ac + bc$ -ро исбот кунед.

Ҳа л. Масоҳати росткунҷаи

$ABEF$ ба $(a + b) \cdot c$ баробар аст.

$$S_{ABCD} = ac, \quad S_{DEF} = bc.$$

Қиматҳои барои масоҳатҳо ёфтаамонро дар баробарии охирин ба ҷойхояшон гузошта, баробарии



расми 52

зеринро ҳосил мекунем, ки исботи он талаб карда шуда буд:
 $(a+b) \cdot c = ac + bc$.

Муодилаҳои дар машқҳои 356-360 нишон дода шударо ҳал кунед.

356. а) $5(x - 3) + 2(x + 4) = 19$; в) $2y - 6(3y + 8) = 14$;

б) $2(3 - x) - (4 - x) = 3$; г) $1 + y - 7(9 - 2y) = 12$.

357. а) $x - 11(2 - 3x) = 2x$; в) $5 - 4(7 - 3y) = 3(2 - 5y)$;

б) $7x - (2 - 5x)4 = 8x - 5$; г) $4y - (y - 1)4 = (2 - y)3$.

358. а) $x^2 - 4x + 5 = x(1 + x)$; в) $4y - y^2 = (2y - 3y + 1)y$;

б) $6x^2 + x^3 + 3 = (9x + x^2 - 3x)x$; г) $1,5(y - 2) - y = 1,4(y + 1)$

359. а) $12 - 5(x - 1,6) = 3(2 - x)$; в) $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}(x - 2) = 1 - \frac{4}{5}x$;

б) $3,2(x^2 + x - 5) = x(3,2x + 2,2)$; г) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}x - \frac{2}{5}(x - 2) = \frac{1}{20}$.

360. а) $\frac{1}{2}(2x - 3) - \frac{1}{3}(6 - x) = x$; в) $0,2(12y + 5) - \left(\frac{1}{6}y - y\right) = 3\frac{1}{6}$;

б) $\frac{1}{4}(6 - 2x) - \frac{1}{2}(3 - 4x) = \frac{2}{3}x + 5$; г) $3 - \frac{y^3}{2} + \frac{y}{3} + \frac{4}{3} = \frac{1}{3}(13 + y)$

361. Барои қадом қимати x ифодаҳои зерин баробаранд?

а) $\frac{2}{3}(x - 5) + 2$ ва $\frac{4}{5}(x + 3) - 4$;

б) $\frac{1}{5}(7 - 2x) - 1$ ва $\frac{7}{10}(1 + 9x) - 7$;

в) $0,5(0,5 - x) + 2$ ва $0,6(0,6 - x) + 3$;

г) $0,1(0,4x - 5) + 4$ ва $0,3(4 - 3,2x) - 7$.

362. Барои қадом қиматҳои тагийирёбанда:

а) қимати ифодаи $x(4x + 5) + 3$ аз қимати ифодаи $4(x^2 - 2x + 3)$ як воҳид зиёд мешавад?

б) қимати ифодаи $3(2 - 7x)$ аз қимати ифодаи $5(2x + 3)$, ба 71 воҳид кам мешавад?

в) қимати ифодаи $3y + 8$ аз қимати ифодаи $4y - 1$ ду маротиба зиёд мешавад?

г) қимати ифодаи $7 - 2y$ аз қимати ифодаи $2y + 92$ даҳ маротиба кам мешавад?

363. Периметри секунча 12 см буда, як тарафи он аз тарафи дигараши 1 см зиёд аст ва аз тарафи сеюм 1,25 маротиба кам аст. Тарафҳои секунчаро ёбед.

364. Мурод нисбат ба Нодир ду маротиба зиёдтар пул дошт. Агар ба Мурод боз 1 сомонӣ ва ба Нодир 10 дирам пул медоданд, он гоҳ пули Нодир аз пули Мурод се маротиба кам мешуд. Ҳар кадоми онҳо чӣ қадарӣ пул доштанд?

365. Аъзоёни хочагии сахҳомӣ 3050 бех ниҳоли себу анор шинонданд. Агар микдори ниҳоли себро 150 бех ва ниҳоли анорро 900 бех зиётар мешинонданд, он гоҳ микдори ниҳоли анор назар ба микдори ниҳоли себ 4 маротиба зиёдтар мешуд. Аъзоёни хочагии сахҳомӣ чӣ қадар ниҳоли себ ва чӣ қадар ниҳоли анор шинонданд?

366. Аъзоёни хочагии сахҳомӣ ба 60 гектар замин донаки зардолу ва шафттолу коштанд. Агар замини кишти донаки зардолуро 2 маротиба ва замини кишти донаки шафттолуро 7 маротиба зиёд мекарданд, он гоҳ замини кишт 240 га мешуд. Муайян кунед, ки аз ҳар намуд ба чанд гектарӣ донак кишт карданд.

367. Суммаи ду адад ба 40 баробар аст. Вакте, ки адади якумро ду маротиба ва адади дуюмро 7 маротиба зиёд кардем, суммаи ҳосили зарбҳо ба 80 баробар шуд. Ин ададҳоро ёбед.

368. Суммаи ду адад ба 50 баробар аст. Вакте, ки адади якумро ба 3 ва адади дуюмро ба 2 зарб кардем, суммаи ҳосили зарбҳо ба 70 баробар шуд. Ин ададҳоро ёбед.

369. Падар 31 солаю духтар 3 сола аст. Баъди чанд согинни падар назар ба синни духтар 3 маротиба зиёд мешавад

370. Писарак ҳисоб кард, ки синнаш баъди 10 сол назар ба оне, ки 10 сол пеш буд, 6 маротиба зиёд мешавад. Писарак чандсола аст?

371. Ба ҳавзи ғунчишаш V дар як соат аз облулаи якум m литр, аз облулаи дуюм n литр ва аз облулаи сеюм k литр об мерезад. Ҳар сеи облулаҳо дар якчоягӣ ҳавзро дар чанд вакт бо об пур мекунанд?

29. Зарби бисёрузвахо

Бисёрузвай $ax^2 + bx + c$ -ро ба бисёрузвай $z + y$ зарб мекунем. Бисёрузвай $z + y$ -ро бо як ҳарфи m ишорат кунем, амал ин тавр ичро карда мешавад:

$$\begin{aligned} (ax^2 + bx + c)(y + z) &= (ax^2 + bx + c)m = ax^2m + bxm + cm = \\ &= ax^2(y + z) + bx(y + z) + c(y + z) = ax^2y + ax^2z + bxy + \\ &\quad + bxz + cy + cz = ax^2y + bxy + cy + ax^2z + bxz + cz, \text{ яъне} \\ (ax^2 + bx + c)(y + z) &= ax^2y + bxy + cy + ax^2z + bxz + cz. \end{aligned}$$

Ҳамин тарик, барои зарб кардани ду бисёрузви ҳар як узви бисёрузвай якумро аввал ба y , сонӣ ба z зарб карда, ҳосили зарбҳои ҳосил шударо ҷамъ намудем. Мо метавонистем, ки ҳар як узви бисёрузвай дуюмро аввал ба ax^2 , баъд ба bx ва дар охир ба c зарб кунему ҳосили зарбҳои ҳосилшударо ҷамъ намоем. Ё ки зарбро ба таври зерин низ ичро карда метавонистем:

$$\begin{aligned} (ax^2 + bx + c)(y + z) &= (ax^2 + bx + c)y + (ax^2 + bx + c)z = \\ &= ax^2y + bxy + cy + ax^2z + bxz + cz. \end{aligned}$$

Дар ҳар се маврид ҳам натиҷа яхел мебарояд.

Бо ҳамин мо қоиди зерини зарби бисёрузви ба бисёрузваро ҳосил кардем:

Барои бисёрузваро ба бисёрузви зарб кардан ҳар як узви яке аз ин бисёрузвахоро ба ҳар як узви бисёрузвай дуюм зарб карда, ҳосили зарбҳои ҳосил шударо ҷамъ кардан қифоя аст.

Агар зиёда аз ду бисёрузвахоро зарб кардан лозим ояд, аввал дутои онҳоро зарб карда, натиҷаро ба бисёрузвай сеюм зарб мекунем ва гайра.

$$\begin{aligned} \text{Мисол. } & (x+y)(y+z)(z+t) = (xy + y^2 + xz + yz)(z+t) : \\ & = xyz + y^2z + xz^2 + yz^2 + xy t + y^2 t + xzt + yzt. \end{aligned}$$

Хамин тарик:

$$(x+y)(y+z)(z+t) = xyz + xy t + xz^2 + xzt + y^2 z + y^2 t + yz^2 + yzt,$$

Коидай зарби бисёрузваҳоро ба зарб кардани ададҳои бисёррақама истифода бурдан мумкин аст.

$$\text{Масалан, } \quad \text{а)} 17 \cdot 42 = 17(40+2) = 680 + 34 = 714;$$

$$\text{б)} 23 \cdot 67 = (20+3)(70-3) = 1400 + 210 - 60 - 9 = 1541.$$

372. Бисёрузваҳоро зарб кунед:

- а) $m+n$ ва $x-y$; б) $x-y$ ва $3a+2$; в) $a-1$ ва $3a+2$,
г) $3+b$ ва $a-b^2$; д) $a+y$ ва $b+ay$; е) $3y-2$ ва $-y+1$.

373. Ҳосили зарбҳоро ба намуди бисёрузва нависед:

$$\text{а)} (2x+3)(x+4); \quad \text{г)} (3-y)(2y-y); \quad \text{ж)} \left(\frac{2}{3}+b\right)\left(b-\frac{1}{2}\right),$$

$$\text{б)} (2x-3)(y-4); \quad \text{д)} (a+2)(2a-3); \quad \text{з)} \left(2b+\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}-b\right);$$

$$\text{в)} (3y+2)(x+4); \quad \text{е)} (3a-2)(2a+1); \quad \text{к)} (0,6c-1)(2-0,3c)$$

374. Оё ифодаҳои зерин айниятанд?

- а) $(a+b)(a-b)$ ва $a^2 - b^2$;
 б) $(a-b)(a-b)$ ва $a^2 - 2ab + b^2$;
 в) $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$ ва $a^3 - b^3$;
 г) $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ва $a^3 + b^3$.
 д) $(a+b)(a+b)$ ва $a^2 + 2ab + b^2$;
 е) $(a+b)(m-n)$ ва $am - bn$;
 ж) $(a-b)(m-n)$ ва $am - 2mn + n^2$.

375. Ифодаҳои зеринро содда кунед:

$$\text{а)} (x-1)(x^2 + x - 4); \quad \text{г)} (y-3)(y-3) + 6y;$$

- б) $(a+b)(a^2+ab+b^2)$; д) $(m+5)(n-4)-n^2-n$;
 в) $(m+4)(m-3)-m$; е) $12c^2+(4c-3)(-3+\frac{1}{4}c)$.

376. Қимати ифодаҳоро ҳисоб кунед:

- а) $(x+2)\cdot(x-3)-x^2+4x$ ҳангоми $x=0,37$ будан;
 б) $(x+y)\cdot(x-y)-x^2+y^2$ ҳангоми $x=0,5$ ва $y=0,6$ будан;
 в) $(a^2+b)\cdot(a^2-b)-a^4+2b$ ҳангоми $a=4,67$ ва $b=0,3$ будан;
 г) $(x+2y)\cdot(2x-y)-2x^2+2y^2$ ҳангоми $x=0,2$ ва $y=0,5$ будан.

377. Ифодаҳои зеринро ба бисёрузваҳо табдил дихед:

- а) $(x+y)^2$; в) $(x-2y)^2$; д) $(3y+2b)^2$;
 б) $(y-3a)^2$; г) $(2a+4)^2$; е) $(-x+3a)^2$.

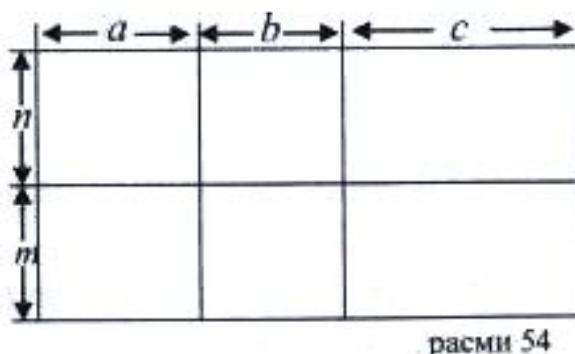
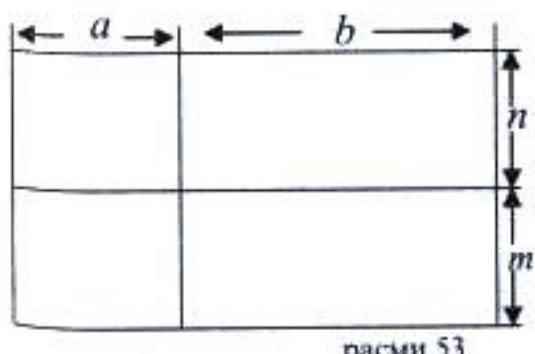
378. Ифодаҳоро содда кунед:

- а) $(x+2)^2 + 3x\left(x-1\frac{1}{3}\right)$; в) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$
 б) $4(a+b)^2 - 8ab$; г) $(2a+b)(2a-b)(4a^2+b^2)$

379. Аз қоидай зарби бисёрузваҳо истифода бурда, ададҳои зеринро зарб кунед:

- а) $32 \cdot 27$; в) $11 \cdot 29$; д) $58 \cdot 99$;
 б) $12 \cdot 63$; г) $18 \cdot 28$; е) $76 \cdot 101$.

380. Аз зарби бисёрузваҳо ва расми 53 истифода бурда, барои ададҳои мусбати a ; b ; m ; n дуруст будани баробарии $(a+b)(m+n)=am+an+bm+bn$ -ро нишон дихед.



381. Расми 54-ро истифода бурда, барои ададҳои мусбати a, b, c, m, n дуруст будани баробарии зеринро нишон дихед:

$$(a+b+c)(m+n) = am + bm + cm + an + bn + cn.$$

Муодилаҳои дар машқҳои 382-384 нишон додашударо ҳал кунед.

382. а) $(x-3)(x-4)-x^2 = 5$; в) $(3x-1)(2x+3) = 6x^2 + 5x - 6$;

б) $(y+2)(y-1) = y^2 - 2$; г) $5y^2 = (3-y)(2-5y)$.

383. а) $(a+2)(2-a) = a(4-a)$; в) $3(y+2)(y+1) = y \cdot (3y+9)$;

б) $x(3+x) = (x+2)(1+x)$; г) $(2b-1)(b-3) = (b+1)(2b-3)$.

384. а) $(0,4x-1)(x+5)-0,4x^2 = 3$;

б) $-(a+3)(0,5a-1) = 4 - 0,5a^2$;

в) $\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-y\right) = -y^2 + \frac{1}{4}$;

г) $\left(\frac{3}{7}b+1\right)\left(2\frac{1}{3}b+4\right) = b^2 - \frac{1}{7}b$.

385. Оё ба ҳар яки зарбшавандаҳои ҳосили зарбҳои $22 \cdot 11$ ва $16 \cdot 16$ ҳамон як ададеро ҷамъ кардан мумкин аст, ки ҳосили зарбҳои нави ҳосилшуда ба якдигар баробар шаванд? Кадом аст он адад?

386. Чор ададҳои натуралии пай дар пай чунонанд, ки фарқи байни ҳосили зарбҳои ду адади калон ва ду адади хурд ба 26 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

387. Се ададҳои токи пай дар пай чунонанд, ки фарқи байни ҳосили зарбҳои ду адади калон ва ду адади хурд ба 12 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

388. Оё аз ҳар яки зарбшавандаҳои ҳосили зарбҳои $175 \cdot 102$ ва $93 \cdot 80$ ҳамон як ададро тарҳ кардан мумкин аст, ки ҳосили зарбҳои нави ҳосилшуда ба якдигар баробар шаванд? Кадом аст он адад?

389. Ду росткунҷаҳои ченакҳояшон $45 \times 58 \text{ см}^2$ ва $40 \times 66 \text{ см}^2$ дода шудаанд. Оё ҳар як тарафи онҳоро ба ҳамон як адад

кам кардан мумкин аст, ки масоҳатҳои росткунчаҳои нави ҳосилшуда баробар шаванд? Кадом аст он агад?

390. Яке аз ду тарафҳои аз як қулла барояндаи квадратро 2 см кам ва тарафи дигарашро 3 см зиёд кардем, ки дар натиҷа масоҳати он 1 см^2 кам шуд. Дарозии тарафҳои росткунчаи ҳосилшударо ёбед.

30. Ба зарбшавандаҳо чудо кардани бисёрузвахо

Ба ҳосили зарби якчанд бисёрузвава айниятан табдил додани бисёрузваро ба зарбшавандаҳо чудо кардани бисёрузвава меномем.

Бисёрузвахоро бо тарзҳои гуногун ба зарбшавандаҳо чудо мекунанд, ки ин тарзҳо аз «Аз қавсҳо баровардани зарбшавандаи умумӣ», «Гурӯҳбандӣ», «Формулаҳои зарби муҳтасар» ва ғайра иборат мебошанд. Онҳоро алоҳидада алоҳида муоина мекунем. (Татбиқи формулаҳои зарби муҳтасарро баъдтар медиҳем).

31. Аз қавсҳо баровардани зарбшавандаи умумӣ

Мисол. Ҳар як узви бисёрузваваи $x^2y + x^2z$ зарбшавандаи x^2 -ро дорад. Дар асоси конуни тақсимотии зарб x^2 -ро аз қавсҳо бароварда метавонем:

$$x^2y + x^2z = x^2(y + z).$$

Ҳамин тарик, x^2 -ро аз қавсҳо бароварда, бисёрузваваи мазкурро ба ҳосили зарби x^2 ва $y + z$ иваз кардем. Барои дурустии ин ҷудокуниро санҷидан x^2 -ро ба $y + z$ зарб мекунем: $x^2(y + z) = x^2y + x^2z$.

Зарбшавандаи умумӣ метавонад бисёрузвава бошад:

$$x^2(ay + bz) + c(ay + bz)$$

Дар ин ҷо зарбшавандаи умумӣ дуузваи $ay + bz$ мебошад, ки онро аз қавсҳо мебарорем:

$$x^2(ay + bz) + c(ay + bz) = (ay + bz)(x^2 + c)$$

Аз қавсҳо баровардани зарбшавандан умумӣ дар ҳалли муодилаҳо бисёр татбиқ меёбад. Вобаста ба ҳамин қайд мекунем, ки агар ҳосили зарби ду ифода ба нол баробар бошад, он гоҳ ақалан яке аз зарбшавандашо баробари нол мешавад.

Дар машқҳои 391 - 395 зарбшавандашои умумиро аз қавсҳо бароред:

- 391.** а) $ax + bx$; в) $py + pz$; д) $5u + 5v$;
б) $3a + 3b$; г) $mt - nt$; е) $aq - bq$.

392. а) $3a + 9b$; в) $9x^2 - 3xy$;

б) $a^2b + 5a$; г) $8y^2 - 2y$;

293. а) $4x^2 + x$; в) $5b^2 - 15b$;

б) $3a^2 + 6a$; г) $7c - 21c^3$.

394. а) $8a^2b + a^2b^2$; в) $8x^3y^3 - x^4$;

б) $3x^2y + 12xy^2$; г) $-12z^2 - 18z^3$.

395. а) $p^2 + 3p^3 + 6p^4$; в) $na - na^3 + a^7$;

б) $my^2 + 2my^3 - 4my^6$; г) $qb^3 + qb^3 - qb^3$.

Дар машқҳои 396 - 397 бисёрузвахоро ба зарбшавандашо чудо кунед.

396. а) $3ab^2 + 6b^3c - 9ab^2c$; в) $4x^2 - 8xy^2 + 12x^3y$;

б) $2m^2x + 3m^3x^2 - mx^4$; г) $n^3 - 2n^2 + 4n$.

397. а) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{2}a + \frac{3}{2}a^3$; в) $x^2 - 3x^2y^3 + 5x^3y - x^2y$;

б) $0,5b + b^2 + 1,5b^4$; г) $0,3m + 0,6m^2 + 0,9m^3 - 2,2m^4$.

398. Ифодаро ба зарбшавандашо чудо карда, қимати онро ҳисоб кунед: а) $7,2x + 7,2y$, агар $x = 0,37$, $y = 4,63$ бошад;

б) $3,5x - 3,5y$, агар $x = 2,1$, $y = 2$ бошад;

в) $a^2 - 0,7a$, агар $a = 1,7$ бошад;

г) $3,5b - 7b^2$, агар $b = 0,5$, бошад;

399. Нишон дихед, ки:

а) $13^{13} + 13^{15}$ ба 85 тақсим мешавад;

б) $21^7 - 21^6$ ба 20 тақсим мешавад;

в) $14^4 + 7^4$ ба 17 тақсим мешавад;

г) $15^7 + 15^9$ ба 113 тақсим мешавад.

400. Ифодаҳои зеринро ба зарбшавандо чудо кунед:

а) $5(a-7) + b(a-7)$; г) $3(m+n)^2 - (m+n)(m-n)$;

б) $a(a-b) + b(b-a)$; д) $9(a^2 + b) - b(a^2 + b)$;

в) $5(x+y) + 3x(x+y) - 4y(x+y)$; е) $(p-q)^2 - p + q$.

Муодилаҳои дар машқҳои 401-405 нишон дода шударо ҳал кунед.

- 401.** а) $x(x-5) = 0$; в) $2z(3+z) = 0$;
б) $y(4-y) = 0$; г) $25t^2 - (1+5t)(1-5t) = -1$;
- 402.** а) $2x^2 - 3x = 0$; в) $5z^2 = z$;
б) $2y - 3y^2 = 0$; г) $6t^2 + 6y = 0$.
- 403.** а) $x^3 + 3x^2 = 0$; в) $6z^3 - 0,6z^2 = 0$;
б) $4y^3 + 3y^2 = 0$; г) $0,3t^2 - 3t^3 = 0$.

- 404.** а) $4x^2 - 2(5-2x) = -10$; в) $(z-5)^2 + 6z = 25$;
б) $5y^2 + 2(5y+6) = 12$; г) $(3t-0,6)(2t+1) = -0,6$.

- 405.** а) $x^2(2x-1) - 2x(x+1)^2 = 0$; б) $3y(2-y)^2 - y^2(2-y) = 0$;
в) $z^2(z+3) + 5z(z+3)^2 = 0$; г) $t^4 - 3(t^3 - 7) = 21$.

32. Тарзи гурӯҳбандӣ

Тарзи аз қавсҳо баровардани зарбшавандай умумиро истифода бурда, тарзи дигари ба зарбшавандаҳо ҷудо кардани бисёрузваро ҳосил мекунем, ки онро тарзи гурӯҳбандӣ мегӯянд.

Бисёрузвай $ax - bx + ay - by$ -ро муоина менамоем. Бисёрузваро ба гурӯҳҳои $ax - bx$ ва $ay - by$ ҷудо мекунем. Зарбшавандай умумӣ дар гурӯҳи якум x ва дар гурӯҳи дуюм у мебошад:

$$ax - bx + ay - by = (ax - bx) + (ay - by) = x(a - b) + y(a - b)$$

Чамъшавандаҳои охирин зарбшавандай умумии $(a - b)$ -ро доранд, ки онро аз қавсҳо бароварда ҳосил мекунем:

$$ax - bx + ay - by = (a - b)(x + y)$$

Бисёрузвай мазкурро ба тарзи дигар ҳам гурӯҳбандӣ кардан мумкин аст, вале натиҷа дигар намешавад:

$$\begin{aligned} ax - bx + ay - by &= (ax + ay) - (bx + by) = \\ &= a(x + y) - b(x + y) = (x + y)(a - b) \end{aligned}$$

Тарзи гурӯҳбандиро ҳамон вақт истифода мебаранд, ки агар бисёрузваро ба зарбшавандаҳо ҷудошаванда бошаду аммо ҳамаи узвҳои он зарбшавандай умумии яхеларо соҳиб набошанд.

406. Ифодаҳои зерниро ба намуди ҳосили зарб нависед:

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| а) $x(x + 3) + y(x + 3)$; | в) $x^2 + 4x + 3(x + 4)$; |
| б) $a(2 + b) + c(2 + b)$; | г) $a^2(a + 5) + 5a(a + 5)$. |

407. Зарбшавандай умумиро аз қавсҳо бароред:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| а) $3(x + y) - (x + y)^2$; | в) $2(x - y) + (x - y)^2$; |
| б) $a^2(b + c) + 2(b + c)$; | г) $7(a - b)^2 + a - b$. |

Бисёрузваҳои 408 - 411-ро ба зарбшавандаҳо ҷудо кунед.

- 408.** а) $ab + bc + ad + dc$;
- в) $10y - 5 + 2yz - z$;
- б) $ax - bx + ab - b^2$;
- г) $15ab - 3bc + 5ac - c^2$.

409. а) $5x^2 + 5xy - 7x - 7y$; в) $z^4 + 5z^3 - z - 5$;
 б) $2a^2 - 2ab + ab^2 - b^3$; г) $ax^3 + bx^2 + ax + b$.

410. а) $a^3 - ab - 3a^2 + 3b$; в) $ab + c - bc - a$;
 б) $ax + b + bx + a$; г) $am - bx + mx - ab$.

411. а) $ax + ay + az - bx - by - bz$;
 б) $2a + 2b - 4 - ax - bx + 2x$;
 в) $2ax + 2ac + c^2 + cx + 10ax^2 + 5cx^2$;
 г) $x^2 + 3x - 2ac - 3c - cx + 2ax$.

412. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $x^3 + 3x^2 - x - 3$, агар $x = 7$ бошад;
 б) $2x^2 - 2xy + 5x - 5y$, агар $x = 2,73$; $y = 1,73$ бошад;
 в) $a^2 + 2ab + b^2$, агар $a = 3,28$; $b = 1,72$ бошад;
 г) $0,5c^2 - cd + 0,5d^2$ агар $c = 13,9$; $d = 11,4$ бошад.

413. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $41,6 \cdot 13 + 58,4 \cdot 13 + 34,7 \cdot 11 + 65,3 \cdot 11$;
 б) $27,8 \cdot 19 - 27,7 \cdot 19 + 64,7 \cdot 21 - 64,6 \cdot 21$;
 в) $14,7^2 - 14,7 \cdot 4,7 + 5,3^2 - 5,3 \cdot 6,3$;
 г) $8,5^2 + 17 \cdot 1,5 + 2,25 - 5,4^2 + 10,8 \cdot 4,6 - 4,6^2$.

414. Аввал тарафҳои чали мудилаҳоро ба зарбшавандахо чудо карда, сонӣ онҳоро ҳал кунед:

а) $x(x - 5) + 3(x - 5) = 0$; в) $4x^2 - 12x - (x - 3) = 0$;
 б) $(x^2 + 3x) + x + 3 = 0$; г) $x^3 + 7x^2 + (x + 7) = 0$.

Машқҳо барои кори мустақилона

Варианти 1

1. Бисёрузваҳои $3x^3y + 2xy^2 + 7$ ва $x^3y - 3xy^3 + xy^2 - 5$ -ро чамъ кунед.

2. Бисёрузваҳои $x^2y^3 + xy^4 - 3 + 7$ ва $x - y^2 + 1$ -ро зарб кунед.

3. Қимати бисёрузваи $(x+3)(x-4) - x^2 + 3x$ -ро ҳангоми $x = -0,15$ будан ҳисоб кунед.

Варианти 2

1. Бисёрузваҳои $2x^2y^3 - 3y + 7$ ва $0,5xy^2 + 3y + 5$ -ро чамъ кунед.

2. Муодилаи $(15xy - 9y^2 + 6x + 3) - 3(5xy - 3y^2 - x - 5) = 0$ -ро ҳал кунед.

3. Қимати бисёрузваи $x^2y^2 - 5xy^2 + 7x^2y - 1$ -ро ҳангоми $x = 2$, $y = -1$ будан ҳисоб кунед.

Варианти 3

1. Бисёрузваҳои $x^3 + 6x + 7$ ва $y^3 + y + 7$ -ро зарб кунед.

2. Суммаи ду адад ба 60 баробар аст. Вақте ки адади якумро ду маротиба ва адади дуюмро се маротиба зиёд кардем, суммаи онҳо ба 160 баробар шуд. Ин ададҳоро ёбед.

3. Бисёрузваҳои $3y^2 + 7y - 4$ ва $y^3 + y$ -ро зарб карда, ҳосили зарбро ба намуди бисёрузваи стандартӣ оваред.

Варианти 4

1. Бисёрузваҳои $0,5x^3 - 0,6x^2$ ва $-0,27x^3 + 0,49x$ -ро чамъ кунед.

2. Аз қоидай зарби бисёрузваҳо истифода бурда, ададҳои 42 ва 27 инчунин 69 ва 99-ро зарб кунед.

3. Ифодаи $\left(\frac{2}{3}x + 3y\right)^2 - (x + 3)$ -ро ба намуди бисёрузваи стандартӣ оваред.

БОБИ V. Формулаҳои зарби мухтасар

33. Квадрати дуузва. Куби дуузва

Дуузваи $a + b$ -ро ба $a + b$ зарб мекунем:

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Бо сабаби $a + b = a + b$ будан $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$ мешавад. Пас, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. (1)

Агар b -ро ба $-b$ иваз кунем, он гох ба баробарии зерин соҳиб мешавем: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (2)

Квадрати дуузва ба квадрати узви якум, плюс (минус) дучандай ҳосили зарби узви якум бар узви дуюм, плюс квадрати узви дуюм баробар аст.

Формулаҳои (1) ва (2)-ро формулаҳои квадрати дуузва ёки формулаҳои квадрати сумма ва квадрати фарқ мугӯянд. Онҳоро формулаҳои зарби мухтасар низ меноманд.

Дар ин формулаҳо a ва b ададҳои дилҳоҳ ё ифодаҳои бутун мебошанд. **Масалан,**

$$(10 + 2,5)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2,5 + 2,5^2 = 156,25, \text{ яъне } 12,5^2 = 156,25;$$

$$(5x + 2y)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 2y + (2y)^2 = 25x^2 + 20xy + 4y^2;$$

$$(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2.$$

Формулаҳои (1) ва (2)-ро ҳангоми шифоҳӣ ба квадрат бардоштани ададҳои бо рақами 5 тамомшаванд ва ададҳои ба ададҳои бо нол тамомшаванд наздик истифода бурдан қулайтар аст. **Масалан,**

$\overline{n5}^2 = (10n + 5)^2 = 100n^2 + 100n + 25 = 100n(n+1) + 25$, яъне барои адади дуракамаи бо рақами 5 тамомшавандаро ба квадрат бардоштан микдори даҳиҳоро ба адади аз он як воҳид калон зарб карда, аз паси ҳосили зарб 25-ро навиштан кифоя аст:

$$35^2 = 100 \cdot 3 \cdot 4 + 25 = 1225; \quad 75^2 = 100 \cdot 7 \cdot 8 + 25 = 5625;$$

$$95^2 = 100 \cdot 9 \cdot 10 + 25 = 9025;$$

$$32^2 = (30+2)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 2 + 2^2 = 900 + 120 + 4 = 1024;$$

$$39^2 = (40-1)^2 = 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 - 80 + 1 = 1521.$$

Формулахи квадрати дуузваро истифода бурда, формулахи куби дуузваро мебарорем:

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = \\&= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3,\end{aligned}$$

яъне $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

$$\text{Ба монанди ҳамин } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Мисолҳо.

$$\begin{aligned}\text{a) } 12^3 &= (10+2)^3 = 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 2 + 3 \cdot 10 \cdot 2^2 + 2^3 = \\&= 1000 + 600 + 120 + 8 = 1728;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{б) } 17^3 &= (20-3)^3 = 20^3 - 3 \cdot 20^2 \cdot 3 + 3 \cdot 20 \cdot 3^2 - 3^3 = \\&= 8000 - 3600 + 540 - 27 = 4913.\end{aligned}$$

Бо истифодай формулахи квадрати дуузва боз якчанд масъалаҳои дигарро ҳал мекунем.

1. Ба чои ситорачаҳо якузваҳоеро гузоред, ки дар натиҷа айнияти дуруст ҳосил шавад: $(*+4)^2 = 16 + 8* + 16$.

Ҳа л. Тарафи чали баробариро ба намуди $a^2 + 2ab + b^2$ меоварем: $*^2 + 2 \cdot * \cdot 4 + 4^2$.

Аммо тарафи рост $16 + 8* + 16 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot * + 4^2$ аст. Акнун $4^2 + 2 \cdot 4 \cdot * + 4^2$ -ро бо $*^2 + 2 \cdot * \cdot 4 + 4^2$ муюниса карда, ба хулоса меоем, ки ба чои ситорача адади 4-ро гузаштан кифоя аст. Пас $* = 4$. Чавоб: 4

2. Муодиларо ҳал кунед: $(x+5)^2 = x^2 + 40$.

Ҳа л. Ин муодила дар намуди муодилаи хаттий нест. Аммо мо фақат муодилаи хаттиро ҳал карда метавонему ҳалос. Агар формулаи квадрати дуузваро истифода барем:

мебинем, ки муодилаи хаттӣ ҳосил мешавад:

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 40,$$

$$x^2 - x^2 + 10x + 25 = 40,$$

$$10x = 40 - 25,$$

$$x = 15 : 10, \quad x = 1,5.$$

Чавоб: 1,5

Дар машқҳои 415 - 417 дуузваҳоро ба квадрат бардоред.

415. а) $x + y$; б) $a + 4$; в) $b + c$; г) $2 + xy$.

416. а) $3x + 9$; б) $a + 3x$; в) $2x + 5y$; г) $4 + ab$.

417. а) $a - 3$; б) $2b - a$; в) $3 - ab$; г) $xy - 2z$.

Дар машқҳои 418 - 424 ифодаҳоро ба намуди дуузва ё сеузва оваред.

418. а) $(x + 3)(x + 3)$; в) $(1 + 3x)(1 - 3x)$;

б) $(2a + 3b)(a + b)$; г) $(2 + y)(y + 2)$

419. а) $(x + 1,4)(x + 1,4)$; в) $(0,1y - 4)(0,1y + 4)$;

б) $\left(a + \frac{2}{3}\right)\left(a + \frac{2}{3}\right)$; г) $(a^2 + 1)(a^2 + 1)$

420. а) $(a^2 + b)^2$; в) $(3m - n^3)^2$;

б) $(4x^2 + 3y)^2$; г) $(2a^3 + 1)^2$.

421. а) $\left(\frac{2}{3}x + 3y\right)^2$ в) $(4a^2 - b^3)^2$;

б) $\left(\frac{4}{5}a^2 - \frac{5}{4}b^2\right)^2$; г) $(6m^2 - 5)^2$.

422. а) $(1,3x^2 - y)^2$; в) $(4a^2 - 25b^2)^2$;

б) $(0,3 + 10n^2)^2$; г) $(-7u + v^2)^2$.

423. а) $(-x + y)^2$; в) $(-0,3m^2 - 5n)^2$;

$$б) (-0,1p^2 - 5pq^2)^2; \quad г) (-0,5n - 3n^2)^2.$$

424. а) $\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}x^2\right)^2;$ в) $\left(-0,1a^4 + \frac{1}{2}b^2\right)^2;$

$$б) \left(-0,6y^3 - 1\frac{2}{3}y\right)^2; \quad г) \left(-1\frac{1}{3}p - 0,75q^2\right)^2.$$

Дар машкъои 425 - 428 ифодаҳоро содда кунед.

425. а) $(x+2)^2 + x(x-4);$ в) $(a+3)^2 - a(a+6);$
 б) $y(y-2) - (y-1)^2;$ г) $(m+3)^2 - (m+3)2m.$

426. а) $9 - (2x-3)^2;$ в) $a^2 + 4 - (2+a)^2;$
 б) $(y-2)^2 - 4;$ г) $(3+b)^2 + b^2 + 9.$

427. а) $(m-3)^2 + (m-1)(m+7);$ в) $(a-b)^2 + (a+b)^2;$

б) $n(n+2p) + (n-p)^2;$ г) $(2x-3y)^2 + 12xy^2$

428. а) $(x+5)^2 - (x+4)(x-4);$ в) $(a-b)^2 - (b-a)^2;$
 б) $(7+y)(7-y) + (y+1)^2;$ г) $(a-1)^2 - (a-1)(a+1).$

429. Ба чои ситорачаҳо якузваҳоеро гузоред, ки айниятҳои дуруст ҳосил шаванд:

а) $(*+a)^2 = b^2 + 2a* + a^2;$ г) $(*-5b)^2 = * + 10b + 25b^2;$
 б) $(*+*)^2 = * + 2yx + x^2;$ д) $(4p-*)^2 = 16p^2 - * + 4;$
 в) $(y+*)^2 = y^2 + 2ay + *;$ е) $(*-ab)^2 = * - 8abc + *.$

430. Ифодаро содда карда, киматашро ҳисоб кунед:

а) $(m-4)^2 - m(m-7),$ агар $m = -2$ бошад;

б) $(2n-0,6)^2 - (2n+0,6)^2,$ агар $n = 0,2$ боашд;

в) $(3y+6)^2 - 9y^2 + 14y,$ агар $y = \frac{1}{5}$ бошад;

$$\text{г) } \left(\frac{2}{3}p + 3\right)^2 - \frac{4}{9}p^2 + 4p, \text{ агар } p = 0,8 \text{ бошад.}$$

431. Нишон дихед, ки баробариҳои зерин дурустанд:

- а) $(a-b)^2 = (b-a)^2$; в) $(-a-b)^2 = (a+b)^2$;
 б) $(-a+b)^2 = (a-b)^2$; г) $(a-b)^2 - (a+b)^2 = -4ab$.

432. Нишон медиҳем, ки ҳангоми ба нол наздик будани қимати α ба ҷои формулаи $(1+\alpha)^2 = 1 + 2\alpha + 2\alpha^2$ формулаи такрибии $(1+\alpha)^2 \approx 1 + 2\alpha$ -ро истифода бурдан мумкин аст.

Ҳа л. Азбаски қимати α ба нол наздик аст, бинобар ин қимати α^2 боз ҳам ба нол наздиктар мешавад, ки дар ҳисобкуни онро ба ҳисоб нагирифтан мумкин аст. Пас,

$$(1+\alpha)^2 \approx 1 + 2\alpha$$

Ададҳои калонтарро ҳам ба ҳамин намуд овардан мумкин аст. **Масалан**,

$$3,98^2 = (4 - 0,02)^2 = \left(4 - 4 \cdot \frac{0,02}{4}\right)^2 = (4 \cdot (1 - 0,005))^2 \approx \\ \approx 16 \cdot (1 - 2 \cdot 0,005) = 16(1 - 0,01) = 16 \cdot 0,99 = 15,84.$$

Агар $3,98^2$ -ро дар микроалкулятор ҳисоб кунем, 15,8404 мебарояд. Ҷӣ хеле, ки мебинем, фарқ ба 0,0004 баробар аст.

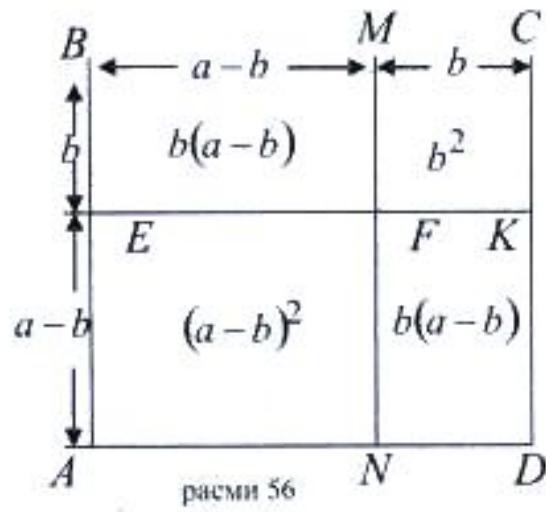
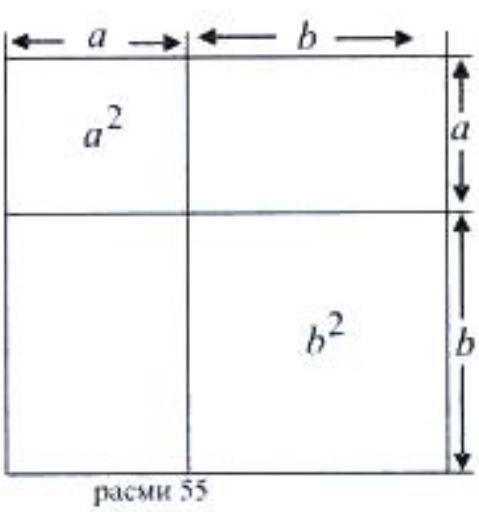
433. Формулаи такрибии $(1+a)^2 \approx 1+2a$ -ро истифода бурда, қимати такрибии ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

- а) $(1+0,03)^2$; б) $1,02^2$; в) $0,98^2$; г) $4,003^2$.

434. Ифодаҳоро дар микроалкулятор ҳисоб карда, натиҷаро бо қимати ҳақиқӣ муюиса намоед:

- а) $1,001^2$; б) $(1-0,01)^2$; в) $(1-0,07)^2$; г) $2,99^2$.

435. Аз формулаи масоҳати росткунча ва расми 55 истифода бурда, барои ададҳои мусбати a ва b баробарии $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ -ро ҳосил кунед.



436. Аз формулаи масоҳати росткунча ва расми 56 истифода бурда, барои ададҳои мусбати a ва b , ки $a > b$ аст, баробарии $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ -ро ҳосил кунед.

Ҳаљ. Масоҳати квадрати $AEFN$ ба $(a-b)^2$ баробар аст, ки онро дар намуди $S_{AEFN} = (a-b)^2$ менависем. Ба монанди ҳамин $S_{BEFM} = S_{DKFN} = b(a-b)$, $S_{FMCK} = b^2$, $S_{ABCD} = a^2$. Аз рӯи расм $S_{AEFN} = S_{ABCD} - S_{BEFM} - S_{FMCK}$, ёки

$$(a-b)^2 = a^2 - 2b(a-b) - b^2,$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

437. Аз формулаи масоҳати росткунча ва расми 57 истифода бурда, барои ададҳои мусбати a , b , c баробарии $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ -ро ҳосил кунед ва онро истифода бурда, сеузваҳои $x - y + 4$ ва $3p + 2q + 1$ -ро ба квадрат бардоред.

Муодилаҳои дар машқҳои 438 - 442 нишон дода шударо ҳал кунед.

- 438.** а) $(x+3)^2 = x^2 + 3$; в) $(2a+3)^2 = 4a^2 + 6$;
- б) $(y-5)^2 = y^2 + 5$; г) $(4-3b)^2 = 9b^2 + 8b$.

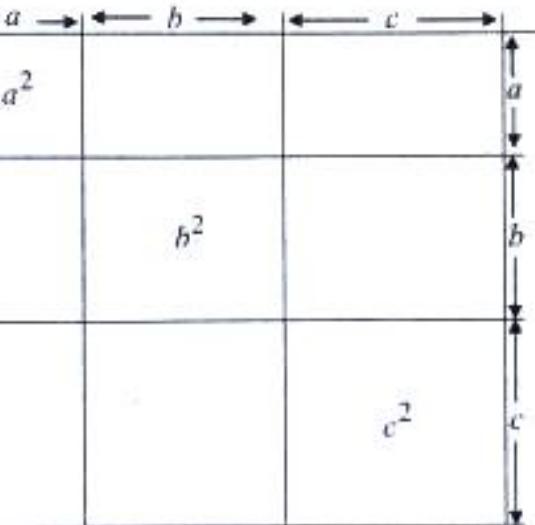
- 439.** а) $(x - 2)^2 - x(x + 1) = 2$;
 б) $(7y + 1)^2 + 7y(-7y - 3) = -2,5$;
 в) $(0,3a + 2)^2 - (0,3a - 2)^2 = 9,12$

$$\text{г) } \left(\frac{3}{5}x - 1\right)^2 = \left(\frac{x}{5} + 1\right)\left(x + \frac{4}{5}x - 1\right)$$

440. а) $2(x + 7)^2 = 0$;

б) $0,3(4y - 1)^2 = 0$;

в) $5(8 - 5a)^2 = 0$;



расмн 57

г) $7(2,5b - 1)^2 = 0$.

Хосили зарб ҳамон вақт ба нол баробар мешавад, ки агар

ақалан яке аз зарбшавандахо ба нол баробар шавад, бинобар
иң $2,5b - 1 = 0$, $b = 1 : 2,5 = 0,4$. **Чавоб.** 0,4.

441. а) $(x - 1)^2 + 2 = 0$;

в) $(3a - 2)^2 + 12a = 0$;

б) $(y + 2)^2 + y^2 = 0$;

г) $b^2 + b(b - 4) + 4b = 0$.

442. а) $(m - 5)^2 + 6m = 25 + m^2$;

б) $(1 - 2n)^2 - 4n^2 = 1$;

в) $(3p - 0,6)(2p + 1) = 6p^2 + 0,8p$;

г) $(k + 5)^2 = 0$.

Дар машқдои 443 - 444 аз ифодаҳои квадрати дуузваро чудо кунед:

443. а) $x^2 + 2x + 7$;

в) $a^2 - 2a + 2$;

б) $y^2 + 2y + 9$;

г) $y^2 - 2y - 1$.

444. а) $z^2 + 3z + 4$;

в) $m^2 - 3m + 1$;

б) $4t^2 + 5t - 7$;

г) $0,01n^2 - 0,6n + 0,4$.

445. Қимати ифодаҳои ададиро ҳисоб кунед:

а) $89^2 + 122 \cdot 89 + 61^2$;

б) $93^2 - 186 \cdot 107 + 107^2$;

$$\text{в)} \frac{51^2 + 2 \cdot 51 \cdot 49 + 49^2}{51^2 - 49^2}; \quad \text{г)} \frac{72^2 - 62^2}{95^2 + 2 \cdot 95 \cdot 39 + 39^2}.$$

446. Нишон диҳед, ки агар ба ҳосили зарби ду ададҳои бутуни пай дар пай адади калонашро ҷамъ кунем, квадрати ҳамин адади калон ҳосил мешавад.

447. Фарки периметрҳои ду квадрат ба 6 см ва фарки масоҳатҳои онҳо ба 27 см^2 баробар аст. Тарафи квадратҳоро ёбед.

448. Яке аз ду тарафҳои аз як қулла барояндаи квадратро 2 см кам ва тарафи дигарашро 3 см зиёд кардем, ки дар натиҷа масоҳати росткунчаи ҳосилгардида назар ба масоҳати квадрат 1 см^2 кам шуд. Тарафи квадратро ёбед.

Дар машқҳои 449-450 дуузваҳоро ба квадрат бардоред.

- 449.** а) $2+x$; в) $p+q$; д) $2x+3$; ж) $3p+4q$;
 б) $3-y$; г) $m-n$; е) $4-2y$; з) $7m-3n$.

- 450.** а) $\frac{2}{3}x-2y$; в) $0,5p-0,2q$;
 б) $3m+\frac{1}{3}n$; г) $\frac{1}{2}z+0,5t$.

34. Зарби сумма ба фарк

Суммаи $a+b$ -ро ба фарки $a-b$ зарб карда, бо ҳамин миқдори формулаҳои зарби муҳтасарро боз якто зиёд мекунем: $(a+b)(a-b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$, яъне

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2. \quad (1)$$

Дар ин чо a ва b ададҳо ё ифодаҳо мебошанд. Баробарии (1) айният буда, ин имконият медиҳад, ки зарб кардани суммаи ду ифода ба фарки онҳо муҳтасар ичро карда шавад. Масалан,

$$(5x+3y)(5x-3y)=25x^2-9y^2,$$

$$(1-4a)(1+4a)=1-16a^2$$

Баробарии (1)-ро бо сухан ин тавр баён мекунем:
Хосили зарби суммаи ду ифода ба фарки онҳо ба
фарки квадратҳои ин ифодаҳо баробар аст.

451. Ифодаҳои $2x$ ва $7y$ дода шудаанд. Супоришҳои зеринро иҷро кунед:

- а) фарки квадратҳои онҳоро нависед;
- б) квадрати фарқи онҳоро нависед;
- в) суммаи квадратҳои онҳоро нависед;
- г) квадрати суммаи онҳоро нависед.

Ифодаҳои машқҳои 452 - 459-ро ба бисёрузва табдил дихед:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------------|
| 452. а) $(x+2)(x-2)$; | г) $(4+x)(4-x)$; |
| б) $(y+a)(y-a)$; | д) $(xy+z)(xy-z)$; |
| в) $(x+y)(x-y)$; | е) $(ab-3)(ab+3)$. |
| 453. а) $(7x+2)(7x-2)$; | г) $(3b+c)(c-3b)$; |
| б) $(2y+z)(2y-z)$; | д) $(x^2-y)(y+x^2)$; |
| в) $(a^2-4b)(4b-a^2)$; | е) $(2m^2-5n)(2m^2+5n)$ |
| 454. а) $(9a+b)(b-9a)$; | г) $(m+2n^2)(m-2n^2)$; |
| б) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$; | д) $(m^2+n^2)(m^2-n^2)$; |
| в) $(3x+y^2)(3x-y^2)$; | е) $(0,5x-y)\left(\frac{1}{2}x+y\right)$. |

455. а) $\left(\frac{3}{5}a-2\right)\left(\frac{3}{5}a+2\right)$;

г) $(2,5x^2-7y^2)(2,5x^2+7y^2)$

б) $(2-mnp)(mnp+2)$;

д) $\left(\frac{1}{4}x^2-2y^2\right)\left(\frac{1}{4}x^2+2y^2\right)$;

в) $(0,3b^2-c)(0,3b^2+c)$;

е) $\left(1\frac{3}{4}a+by^2\right)\left(1\frac{3}{4}a-by^2\right)$;

456. а) $3(2a-5)(2a+5)$;

в) $2(3m-n^2p)(3m+n^2p)$

б) $a(x^2-3yz)(x^2+3yz)$;

г) $(0,2+4k)(0,2-4k)25p$

457. а) $\left(\frac{1}{3}x + yz\right)\left(\frac{1}{3}x - yz\right) \cdot 9t$; б) $5\left(5 + \frac{2}{5}c^2d^2\right)\left(5 - \frac{2}{5}c^2d^2\right)$

в) $\left(\frac{3}{4}a^2 + 2b\right)\left(\frac{3}{4}a^2 - 2b\right)$; г) $-\frac{1}{7}(z+7t)(7t-z)$

458. а) $(x+3y)(3y-x)-9y^2$; б) $(a^2-4b)(4b+a^2)+16b^2$;

в) $-z^2 + (z+2)(z-2)$; г) $\left(p - \frac{1}{2}q^2\right)\left(p + \frac{1}{2}q^2\right) + \frac{1}{4}q^4$

459. а) $(x+2)(x-2)(x^2+4)$; в) $(p^2+1)(p+1)(p-1)$;

б) $(y+3)(y-3)(y^2+9)$; г) $(4m^2-9n^2)(2m+3n)(2m-3n)$.

460. Ба чои ситорачаҳо ифодаҳоеро гузоред, ки дар натиҷа баробарии дуруст ҳосил шавад:

а) $(3x+5y)(*-*)=9x^2-25y^2$;

б) $(4a-*)(4a+*)=16a^2-9b^2$;

в) $(7m-*)(*+n^2)=49m^2-n^4$;

г) $(*+3q^2)(2p-*)=4p^2-9q^4$.

461. Ифодаи $0,5x - 2y$ -ро ба қадом ифода зарб кардан лозим аст, ки ифодаи $0,25x^2 - 4y^2$ ҳосил шавад?

462. Ифодаи $4 + 7a$ -ро ба қадом ифода зарб кардан лозим аст, ки ифодаи $16 - 49a^2$ ҳосил шавад?

Муодилаҳои дар машқҳои 463 - 464 нишон дода шударо ҳал кунед.

463. а) $(x-1)(x+1)=x^2+2x$; в) $(5+2z)(5-2z)=5z-4z^2$

б) $(2+y)(y-2)=y^2-2y$; г) $-t^2+(3+t)(t-3)=-6y$.

464. а) $(1-x)(1+x)=-x^2+x$; в) $(7z-3)(3+7z)-49z^2=18z$,

б) $y^2=16y-(y+2)(2-y)$; г) $25t^2+(1+5t)(1-5t)=-1$.

35. Ба зарбшавандаҳо чудо кардани фарқи квадратҳо

Формулаҳои зарби мухтасарро бо зарб кардани ду ифодаҳои баробар хосил карда будем:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2.$$

Чои тарафҳои росту чапро иваз карда, хосил мекунем:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2,$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.$$

Ин баробариҳоро ба таври зерин низ хосил кардан мумкин аст:

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a^2 + ab) + (ab + b^2) = \\ &= a(a+b) + b(a+b) = (a+b)(a+b) = (a+b)^2; \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a^2 - ab) - (ab - b^2) = \\ &= a(a-b) - b(a-b) = (a-b)(a-b) = (a-b)^2. \end{aligned}$$

Ҳамин тарик, тарафҳои чапро ба зарбшавандаҳо чудо кардем. Акнун фарқи квадратҳо, яъне $a^2 - b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем. Мо дар боло $2ab$ -ро ба суммаи $ab + ab$ иваз кардем. Гоҳе мешавад, ки чунин ҷамъшавандаҳо мавҷуд нестанду онҳоро илова кардан лозим аст. Бо ин мақсад ба $a^2 - b^2$ ифодаҳои ab ва $-ab$ -ро ҷамъ мекунем, ки суммаи онҳо ба нол баробар аст:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= a^2 - b^2 + ab - ab = (a^2 + ab) - (ab + b^2) = \\ &= a(a+b) - b(a+b) = (a+b)(a-b) \text{ ё ки} \\ a^2 - b^2 &= a^2 - ab + ab - b^2 = (a^2 - ab) + (ab - b^2) = \\ &= a(a-b) + b(a-b) = (a-b)(a+b). \end{aligned}$$

Ҳамин тарик, $a^2 - b^2$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо кардем:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad (1)$$

Формулаи (1)-ро формулаи *фарқи квадратҳо* мегӯянд.

Фарқи квадратҳои ду ифода ба ҳосили зарби сумма ва фарқи ин ифодаҳо баробар аст.

Мисол.

а) $87^2 - 13^2 = (87+13)(87-13) = 100 \cdot 74 = 7400;$

б) $16a^2 - 36a^2 = (4a)^2 - (6b)^2 = (4a+6b)(4a-6b);$

в) $4a^2 - 25b^6 = (2a^2)^2 - (5b^3)^2 = (2a^2 + 5b^3)(2a^2 - 5b^3)$

Гоҳе мешавад, ки дар амалияи хисобкунӣ ҷои тарафҳои росту чапи баробарии (1)-ро иваз карда, формуласо кор мефармоем:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2. \quad (2)$$

Ҳосили зарби сумма ва фарқи ду ифодаҳо ба фарқи квадратҳои онҳо баробар аст.

Мисол.

а) $36 \cdot 64 = (50-14)(50+14) = 50^2 - 14^2 = 2500 - 196 = 2304.$

б) $(7x+12y)(7x-12y) = (7x)^2 - (12y)^2 = 49x^2 - 144y^2.$

465. Ифодаҳоро ба зарбшавандахо ҷудо қунед:

а) $x^2 - y^2;$ г) $a^2 - b^4;$ ж) $k^4 - p^6q^6;$

б) $x^2 - 25;$ д) $p^2 - 4q^2;$ з) $9z^2 - 1;$

в) $y^4 - z^2;$ е) $m^2n^2 - p^2;$ и) $0,01 - x^2.$

466. Фарқи квадратҳоро ҳисоб қунед:

а) $77^2 - 23^2;$ в) $17,6^2 - 7,6^2;$ д) $63,2^2 - 136,8^2;$

б) $41^2 - 59^2;$ г) $36^2 - 14^2;$ е) $\left(7\frac{5}{9}\right)^2 - \left(2\frac{4}{9}\right)^2.$

Муодилаҳои дар машқҳои 467 - 469 нишон дода шударо ҳал қунед:

467. а) $x^2 - 4 = 0;$

в) $\frac{1}{4}z^2 - 1 = 0;$

б) $9y^2 - 16 = 0$; г) $0,04t^2 - 25 = 0$.

468. а) $\frac{1}{4} - x^2 = 0$; в) $1 - z^2 = 0$;

б) $y^2 + 9 = 0$; г) $4t^2 + 36 = 0$.

469. а) $x^4 - (8 - x^2)^2 = 0$; в) $z^4 - 49 = (1 - z^2)^2$;

б) $4 - (y^2 - 2)^2 = 0$; г) $t^4 + 1 = -t^2$.

470. Нишон дохед, ки дар ҳолати адади натуралии дилҳоҳ будани n адади:

а) $(n+11)^2 - n^2$ ба 11 тақсим мешавад;

б) $(n-9)^2 - n^2 + 9$ ба 18 тақсим мешавад;

в) $(4n+5)^2 - 9$ ба 8 тақсим мешавад;

г) $(3n+4)^2 - 9n^2$ ба 8 тақсим мешавад.

Ифодаҳои дар машқҳои 471 - 478 нишон дода шударо содда кунед:

471. а) $(x+a)(x-a)$; г) $(2-b)(2+b)$;

б) $(y-z)(y+z)$; д) $(xy+z)(xy-z)$;

в) $(a+3)(a-3)$; е) $(1-ab)(1+ab)$.

472. а) $(2x+1)(2x-1)$; г) $(x+y^2)(x-y^2)$

б) $(3a-y)(3a+y)$; д) $(5d-z^2)(z^2-5d)$

в) $(3b+c)(3b-c)$; е) $(7a^2+3b^2)(7a^2-3b^2)$

473. а) $(x^2+y^2)(x^2-y^2)$; г) $(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

б) $(0,3a-b)(b+0,3a)$; д) $(y^3-a)(y^3+a)$

в) $(c-9d^2)(c+9d^2)$; е) $\left(\frac{1}{4}x-y\right)\left(\frac{1}{4}x+y\right)$.

474. а) $\left(1\frac{3}{4}x - 1\right)\left(1\frac{3}{4}x + 1\right)$; г) $\left(2\frac{1}{2} + b\right)\left(2\frac{1}{2} - b\right)$;

б) $(abc - 7)(abc + 7)$; д) $(0,3 - c^3)(0,3 - c^3)$

в) $(y - 0,9xy)(y + 0,9xy)$; е) $(a - 0,04b^2)(a - 0,04b^2)$

475. а) $5(3x - 1)(3x + 1)$; в) $(3x - a^2b)(3x - a^2b)$

б) $a(a^2 - 2ab)(a^2 + 2ab)$; г) $(0,1 + y)(0,1 - y)x^2$.

476. а) $\left(\frac{1}{3}x + 2y\right)\left(\frac{1}{3}x - 2y\right) \cdot 9x$; в) $4c\left(1 + \frac{1}{2}c\right)\left(1 - \frac{1}{2}c\right)$;

б) $\left(\frac{3}{7}a - b\right)\left(\frac{3}{7}a - b\right) \cdot 49b$; г) $-\frac{3}{4}(2m - 4n)(2m + 4n)$.

477. а) $(x - 2y)(x + 2y) - x^2$; в) $y^2 - (y - z) - (y + z)$,

б) $(2a - b)(2a + b) + b^2$; г) $\left(m^2 - \frac{1}{2}n^2\right)\left(m^2 + \frac{1}{2}n^2\right) - \frac{3}{4}n^4$

478. а) $(a - 3x)(a - 3x)(a^2 - 9x^2)$; б) $(b + 5)(b^2 + 25)(b - 5)$,

в) $(9y^2 + 4)(3y + 2)(3y - 2)$; г) $(m^2 - n^2)(m + n)(m - n)$.

479. Ситорача хоро ба якузва хое иваз кунед, ки дар натица баробарии дуруст ҳосил шавад:

а) $(a - *)(a + *) = a^2 - 4b^2$; б) $(3m - 2n)(*-*) = 9m^2 - 4n^2$,

в) $(2x + *)(*-y^2) = 4x^2 - y^4$; г) $(* + 3q)(2p - *) = 4p^2 - 9q^2$.

480. Дуузваи $x - 3y$ -ро ба кадом дуузва зарб кардан лозим аст, ки дар натица $x^2 - 9y^2$ ҳосил шавад?

481. Дуузваи $1 + 0,2z^2$ -ро ба кадом дуузва зарб кардан лозим аст, ки дар натица $1 - 0,04z^4$ ҳосил шавад?

482. Дуузваи $t^2 + 1$ -ро ба кадом дуузва зарб кардан лозим аст, ки дар натица $t^4 + 1$ ҳосил шавад?

483. Ифодаҳоро бо тарзҳои кӯтоҳтарин ба бисёрузва табдил дихед:

- а) $(x+y)(-y+x)$; г) $(-x-y)(x-y)$;
б) $(-x+y)(y-x)$; д) $(x+y)(-x-y)$;
в) $(x+y)(-x+y)$; е) $(-x-y)(-x-y)$.

484. Дурустии баробарии зеринро нишон дихед:

- а) $35^2 + 612^2 = 613^2$; б) $72^2 + 1296^2 = 1298^2$;
в) $42^2 + 440^2 = 442^2$; г) $81^2 + 1092^2 = 1095^2$;
д) $\frac{49^2 - 28^2}{7^2 - 4^2} = 7^2$; е) $\frac{37^2 - 17^2}{271^2 - 269^2} = 1$.

Муодилаҳои дар машқҳои 485 - 487 нишон дода шударо ҳал кунед:

- 485.** а) $(x+3)(x-3) = x^2 + 3x$;
б) $(5-2y)(5+2y) = 9 - 4y^2 - 4y$;
в) $(0,5a+0,2)(0,5a-0,2) = 0,25a^2 + a$;
г) $\left(\frac{1}{3}b^2 - 7\right)\left(\frac{1}{3}b^2 + 7\right) = -49$.

- 486.** а) $-4x^2 + (2x+3)(2x-3) = x - 9$;
б) $y^2 - 2y = (y+4)(y-4) + 8$;
в) $9z^2 + (5-3z)(5+3z) = 24 + z$;
г) $16t^2 - (7+4t)(4t-7) = 49$; д) $n^3 + 3n^2 + 2n = 0$.

- 487.** а) $(x-3)^2 = 4$; в) $(5a-2)^2 - 4 = 0$;
б) $(4-y)^2 = 1$; г) $9 - (2b+3)^2 = 0$.

488. Яке аз ду тарафҳои аз як қулла барояндаи квадратро $a \text{ см}$ кам ва тарафи diligарашро $a \text{ см}$ зиёд кардем, ки дар натиҷа масоҳати росткунча $a^2 \text{ см}^2$ кам шуд. Тарафи квадратро ёбед.

489. Дар ду тарафҳои росткунча квадратҳо сохта шудаанд. Масоҳати яке аз квадратҳо аз масоҳати квадрати дуюм 16 см^2 зиёд аст. Агар дарозии росткунча нисбат ба бараш 2 см зиёдтар бошад, периметри росткунчаро ёбед.

36. Ба зарбшавандаҳо чудо кардани сумма ва фарки кубҳо

Бо мақсади ба зарбшавандаҳо чудо кардани фарки кубҳо бисёрузваҳои $a - b$ ва $a^2 + ab + b^2$ -ро зарб мекунем:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - a^2b - ab^2 + a^2b + ab^2 - b^3. \quad (1)$$

Агар узвҳои монанди тарафи рости (1)-ро ислоҳ кунем, дар ин ҷо $a^3 - b^3$ бокӣ мемонад, яъне ҳосил мекунем:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (2)$$

Сеузваи $a^2 + ab + b^2$ квадрати нопурраи суммаи a ва b ном дорад, зоро квадрати пурраи суммаи a ва b ба $a^2 + 2ab + b^2$ баробар аст.

Фарки кубҳои ду ифодаҳо ба ҳосили зарби фарқ ва квадрати нопурраи суммаи ин ифодаҳо баробар аст.

Тарзи дигари ба зарбшавандаҳо чудо кардани фарки кубҳо ин тавр аст: ба фарки кубҳо ифодаи айниятан ба нол баробари $-a^2b + a^2b - ab^2 + ab^2$ -ро ҷамъ мекунему (ин сумма дар тарафи рости баробарии (1) мавҷуд буд) зарбшавандаи умумии ҳар як ҷуфт узвҳоро аз қавсҳо мебарорем:

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 + ab^2 - b^3 = \\ &= a^2(a - b) + ab(a - b) + b^2(a - b) \end{aligned}$$

Ҳарсеи ҷамъшавандаи охирин зарбшавандаи умумии $(a - b)$ -ро дорад, ки онро аз қавсҳо баровардан мумкин аст:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Ба суммаи кубҳои ду ифодаи ифодаи айниятан ба нол баробари $a^2b - a^2b - ab^2 + ab^2$ -ро ҷамъ карда, зарбшавандай умумии ҳар як ҷуфт узвҳоро аз қавсҳо мебарорем:

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= a^3 + a^2b - a^2b - ab^2 + ab^2 + b^3 = a^2(a+b) - ab(a+b) + \\ &+ b^2(a+b) = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \text{ яъне} \\ a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2). \end{aligned} \quad (3)$$

Сеузваи $a^2 - ab + b^2$ квадрати нопурраи фарқи a ва b ном дорад.

Суммаи кубҳои ду ифодаҳо ба ҳосили зарби сумма ва квадрати нопурраи фарқи ин ифодаҳо баробар аст.
Мисол.

а) $a^3 - 27b^3 = a^3 - (3b)^3 = (a^2 + 3ab + 9b^2)(a - 3b);$

б) $14^3 - 13^3 = (14 - 13)(14^2 + 14 \cdot 13 + 13^2) = 196 + 182 + 169 = 547;$

в) $8x^3 + y^3 = (2x)^3 + y^3 = (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2);$

г) $13^3 + 12^3 = (13 + 12)(13^2 - 13 \cdot 12 + 12^2) =$

$= 25(169 - 156 + 144) = 25 \cdot 157 = 3925;$

д) $y^5 - y^3 - y^2 + 1 = y^3(y^2 - 1) - (y^2 - 1) = (y^2 - 1)(y^3 - 1) =$

$= (y - 1)(y + 1)(y - 1)(y^2 + y + 1) = (y + 1)(y - 1)^2(y^2 + y + 1)$

е) Муодилаи $(x + 1)(x^2 - x + 1) = x + 1$ -ро ҳал мекунем. Ин муодила тарзҳои гуногуни ҳалро соҳиб аст.

Тарзи 1. Дуузваи тарафи рости муодиларо ба тарафи чап гузаронида ҳосил мекунем:

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) - (x + 1) = 0.$$

Ифодаи $x + 1$ -ро аз қавсҳо мебарорем:

$$(x + 1)(x^2 - x + 1 - 1) = 0. \quad (x + 1)(x^2 - x) = 0$$

Зарбшавандай умумии x -ро аз қавсҳои дуюм ба берун мебарорем: $x(x + 1)(x - 1) = 0$.

Чи хеле, ки медонем, ҳосили зарб ҳамон вақт ба нол баробар мешавад, ки агар ақалан яке аз зарбшавандаҳо баробари нол гардад. Аз ин рӯ, ҳар яке аз зарбшавандаҳоро ба нол баробар карда, решои муодиларо меёбем:

$$1) \quad x = 0; \quad 2) \quad x + 1 = 0, \quad x = -1, \quad 3) \quad x - 1 = 0, \quad x = 1.$$

Ҳамин тарик, муодилаи мо ба решои $-1; 0; 1$ соҳиб будааст. Инро санчиш тасдиқ мекунад.

Тарази 2. Мувофиқи формулаи ба зарбшавандаҳо чудо кардани куби сумма ҳосил мекунем:

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1.$$

Инро ба тарафи чапи муодилаамон гузашта ба

$$x^3 + 1 = x + 1$$

соҳиб мешавем, ки аз ин чо $x^3 = x$

ҳосил мешавад. Пас $x^3 - x = 0$

$$x(x^2 - 1) = 0$$

ҳосил шуда, мувофиқи формулаи ба зарбшавандаҳо чудо кардани фарки квадратҳо $x(x+1)(x-1) = 0$ -ро ҳосил мекунем, ки ҳал карданаш ба мо маълум аст.

ж) Муодилаи $y^5 - y^3 - y^2 + 1 = 0$ -ро ҳал мекунем.
Тарафи чапи муодиларо ба зарбшавандаҳо чудо менамоем:

$$y^5 - y^2 - (y^3 - 1) = 0,$$

$$y^2(y^3 - 1) - (y^3 - 1) = 0,$$

$$(y^3 - 1)(y^2 - 1) = 0$$

Формулаҳои зарби мухтасарро истифода мебарем:

$$(y-1)(y^2 + y + 1)(y-1)(y+1) = 0,$$

$$(y^2 + y + 1)(y-1)^2(y+1) = 0. \quad (4)$$

Ба ифодаи дохили қавсҳои якум эътибори алоҳида

медиҳем. Адади 1-ро дар намуди суммаи $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ менависем ва

квадрати пурра чудо мекунем:

$$y^2 + y + 1 = y^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}.$$

Ифодаи $\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ дар ҳамаи қиматҳои y мусбат

аст, зеро қимати $\left(y + \frac{1}{2}\right)^2$ манғӣ намешавад ва ба он адади мусбати $\frac{3}{4}$ -ро зам кардаем. Пас ифодаҳои дохили қавсҳои дуюму сеюми баробарии (4)-ро ба нол баробар карда, решоҳои муодилаи додашударо меёбем:

$$y - 1 = 0, \quad y = 1; \quad y + 1 = 0, \quad y = -1.$$

Ҳамин тарик, муодилаи дода шуда соҳиби решоҳои $y = 1$ ва $y = -1$ будааст, ки инро санчиш тасдиқ мекунад.

Дар машқҳои 490 - 494 дуузваҳоро ба зарбшавандахо чудо кунед:

490. а) $x^3 - y^3$; в) $b^3 - 1$; д) $8z^3 - 1$;

б) $a^3 - 27$; г) $1 - y^3$; е) $1 - 64t^3$.

491. а) $x^3 - 125y^3$; в) $16a^4 - 2a$; д) $x^4y - xy^4$;

б) $z^5 - z^2$; г) $16b^4 - 54b$; е) $27c^3 - 64d^3$.

492. а) $x^3 - \frac{1}{8}$; в) $0,001 - 8z^3$; д) $1 - 0,008b^6$;

б) $y^3 - 0,008$; г) $a^6 - 1$; е) $64z^6 - c^3d^3$.

Ҳа л. е) $64z^6 - c^3d^3 = (4z^2)^3 - (cd)^3 =$
 $= (4z^2 - cd)(16x^4 + 4cdz^2 + c^2d^2)$.

493. а) $x^3 + y^3$; в) $y^4 + 27y$; д) $8 + p^3q^3$;

б) $z^3 + 8$; г) $a^2 + a^5$; е) $b^9c^6 + d^3$.

- 494.** а) $8a^3 + 27b^3$; в) $-p^3 + 0,27q^9$; д) $-x^3 - y^3$;
 б) $125m^3 + n^6$; г) $\frac{1}{27} + x^6$; е) $m^9 - m^3$.

Формулаҳои сумма ва фарқи кубҳоро истифода бурда, ҳосили зарбҳои дар машқҳои 495 - 499 нишон дода шударо содда кунед.

- 495.** а) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$; в) $(b - 1)(b^2 + b + 1)$
 б) $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$; г) $(1 - c)(1 + c + c^2)$
- 496.** а) $(3a - b)(9a^2 + 3ab + b^2)$; в) $(x^3 - 1)(x^6 + x^3 + 1)$
 б) $(1 + a + a^2)(1 - a)$; г) $(b^2 - 3a)(b^4 + 3ab^2 + 9a^2)$
- 497.** а) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$; в) $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$
 б) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$; г) $(2b + 1)(4b^2 - 2b + 1)$
- 498.** а) $(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$; в) $(a^3 + 1)(a^6 - a^3 + 1)$
 б) $(3y + b)(9y^2 - 3by + b^2)$; г) $(b^3 + 2c)(b^6 - 2b^3c + 4c^2)$
- 499.** а) $(2x^2 + 3y)(4x^4 - 6x^2y + 9y^2)$
 б) $(3a^2 + 2b^3)(9a^4 - 6a^2b^3 + 4b^6)$
 в) $(z^4 + 2t)(z^8 - 2z^4t + 4t^2)$
 г) $(25c^6 - 10c^3d^2 + 4d^4)(5c^3 + 2d^2)$

Ифодаҳои дар машқҳои 500 - 501 нишон дода шударо ба зарбшавандахо чудо кунед:

- 500.** а) $(x + y)^3 - z^3$; в) $8 - (p + q)^3$
 б) $(a - 1)^3 - b^3$; г) $1 - (m - n)^6$.

- 501.** а) $(x + y)^3 + z^3$; в) $\frac{1}{8}c^3 + \left(1 + \frac{7}{8}c\right)^3$
 б) $(a - 1)^3 + 64b^3$; г) $(m + n)^6 + 1$.

Муодилаҳои машқҳои 502-503-ро ҳал кунед.

502. а) $(x-1)(x^2+x+1)=x-1$;

б) $(y-3)(y^2+3y+9)=y^2-27$;

в) $(a^2+a+1)(a-1)=a^3+a$;

г) $(b-2)(b^2+2b+4)-b^3=4b$.

503. а) $(x+4)(x^2-4x+16)=x^3-x$;

б) $(y^2+1)(y^4-y^2+1)=0$;

в) $(a^2+1)(a^4-a^2+1)=1+a^7$; г) $(b^3+1)(b^6-b^3+1)=0$.

504. Нишон дихед, ки:

а) $453^3 - 318^3$ ба 135 тақсим мешавад;

б) $241^3 + 759^3$ ба 1000 тақсим мешавад;

в) $12^6 + 8$ ба 73 тақсим мешавад;

г) се ракамҳои охири адади $994^3 + 6^3$ нолҳо мебошанд.

505. Нишон дихед, ки баробариҳои зерин дурустанд:

а) $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$;

б) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2$;

в) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = (1+2+3+4+5+6)^2$;

г) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 = (1+2+3+4+5+6+7+8)^2$.

37. Тарзҳои гуногуни ба зарбшавандаҳо

чудокунии бисёрузвахо.

Бо мақсади ба зарбшавандаҳо чудо кардани ифодаҳо мояз қавсҳо баровардани зарбшавандай умумӣ, ба гурӯҳҳо чудо кардани ифода, ҷамъ ва тарҳ кардани ифодаҳои иловагӣ истифодабарии формулаҳои зарби мухтасарро муоина кардем. Вале ҳамаи онҳо, дар ҷои худашон, ба мисолҳои алоқида татбик карда мешуданд. Ҳоло ба як мисол татбик кардани якчанд тарзи ба зарбшавандаҳо чудокунии бисёрузваро мавриди омӯзиш қарор медиҳем, ки онҳо ба табдилдии ифодаҳо асос ёфтаанд.

Мисоли 1. Бисёрузваи $x^2 - 8x + 7$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем.

Тарзи якум.

$$x^2 - 8x + 7 = x^2 - x - 7x + 7 = x(x-1) - 7(x-1) = (x-1)(x-7).$$

Тарзи дуюм.

$$\begin{aligned}x^2 - 8x + 7 &= x^2 - 2x + 1 - 6x + 6 = (x-1)^2 - 6(x-1) = \\&= (x-1)((x-1)-6) = (x-1)(x-7).\end{aligned}$$

Тарзи сеюм.

$$\begin{aligned}x^2 - 8x + 7 &= (x^2 - 1) - 8x + 8 = (x-1)(x+1) - 8(x-1) = \\&= (x-1)(x+1-8) = (x-1)(x-7).\end{aligned}$$

Тарзи чорум.

$$\begin{aligned}x^2 - 8x + 7 &= x^2 - 8x + 16 - 16 + 7 = (x-4)^2 - 9 = \\&= (x-4)^2 - 3^2 = (x-4+3)(x-4-3) = (x-1)(x-7).\end{aligned}$$

Тарзи панҷум.

$$\begin{aligned}x^2 - 8x + 7 &= x^2 - 10x + 25 + 2x + 7 - 25 = (x-5)^2 + 2x - 18 = \\&= (x-5)^2 - 16 + 2x - 2 = (x-5)^2 - 4^2 + 2(x-1) = \\(x-5-4)(x-5+4) + 2(x-1) &= (x-1)(x-9) + 2(x-1) = \\&= (x-1)(x-9+2) = (x-1)(x-7)\end{aligned}$$
 ва гайра.

Чӣ хеле, ки мебинем, ин мисол бо тарзҳои гуногун ба зарбшавандаҳо чудо шуд. Аммо як тарз аз тарзи дигар ба соддагӣ, кутоҳӣ, фахмо будани худ фарқ мекунад. Мақсади асосии бо тарзҳои гуногун ба зарбшавандаҳо чудо кардан аёфтани тарзи беҳтарини ҳал иборат аст.

Мисоли 2. Бисёрузваи $4x^2 - 12xy + 9y^2$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем.

Тарзи якум. $4x^2 - 12xy + 9y^2 = 4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2 = 2x(2x-3y) - 3y(2x-3y) = (2x-3y)(2x-3y)$

Тарзи дуюм. Формулаи зарби муҳтасарро истифода мебарем.

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = (2x-3y)^2 = (2x-3y)(2x-3y).$$

Мисоли 3. $a^3 - ab^2 + b^3 - a^2b$.

Тарзиякум. $a^3 - ab^2 + b^3 - a^2b = (a^3 - ab^2) - (a^2b - b^3) =$
 $= a(a^2 - b^2) - b(a^2 - b^2) = (a^2 - b^2)(a - b) = (a - b)(a + b)(a - b)$.

Тарзидуюм. $a^3 - ab^2 + b^3 - a^2b = (a^3 + b^3) - ab(a + b) =$
 $= (a + b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2 - ab) =$
 $= (a + b)(a^2 - 2ab + b^2) = (a + b)(a - b)^2 = (a + b)(a - b)(a - b)$.

Тарзисеюм. $a^3 - ab^2 + b^3 - a^2b = (a^3 - a^2b) - (ab^2 - b^3) =$
 $= a^2(a - b) - b^2(a - b) = (a - b)(a^2 - b^2) = (a - b)(a - b)(a + b)$.

Мисоли 4. $x^2 + 6x + 5$.

Тарзиякум. $x^2 + 6x + 5 = (x^2 + x) + (5x + 5) = x(x + 1) +$
 $+ 5(x + 1) = (x + 1)(x + 5)$.

Тарзидуюм. $x^2 + 6x + 5 = (x^2 + 5x) + (x + 5) = x(x + 5) +$
 $+ (x + 5) = (x + 5)(x + 1)$.

Тарзисеюм. Аз сеузваи додашуда квадрати дуузваро чудо мекунем: $x^2 + 6x + 5 = (x^2 + 6x + 9) - 4 = (x + 3)^2 - 2^2 =$
 $= (x + 3 - 2)(x + 3 + 2) = (x + 1)(x + 5)$.

Тарзичорум.

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 1)^2 + 4(x + 1) = (x + 1)(x + 1 + 4) = (x + 1)(x + 5)$$

Мисоли 5. $y^3 - 2y - 1$.

Тарзиякум. y^2 -ро чамъва тарҳ мекунем:

$$\begin{aligned} y^3 - 2y - 1 &= y^3 + y^2 - y^2 - y - y - 1 = \\ &= y^2(y + 1) - y(y + 1) - (y + 1) = (y + 1)(y^2 - y - 1) \end{aligned}$$

Тарзидуюм. $y^3 - 2y - 1 = y^3 - y - y - 1 = y(y^2 - 1) -$
 $- (y + 1) = y(y - 1)(y + 1) - (y + 1) = (y + 1)(y(y - 1) - 1) = (y + 1)(y^2 - y - 1)$

Тарзисеюм. Адади 1-ро ба ифодаи $y^3 - 2y - 1$ чамъ ва тарҳ карда, мувофиқи формулаи ба зарбшавандаҳо чудо кардани суммаи кубҳо ифодаи $y^3 + 1$ -ро табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} y^3 - 2y - 1 + 1 - 1 &= y^3 + 1^3 - 2y - 2 = (y+1)(y^2 - y + 1) - \\ &- 2(y+1) = (y+1)(y^2 - y + 1 - 2) = (y+1)(y^2 - y - 1) \end{aligned}$$

Мисоли 6. Муодилаи зеринро ҳал кунед:

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0.$$

Тарзиякум. Ба 2^3 баробар будани 8-ро ба ҳисоб гирифта $x^3 + 8$ -ро ба зарбшавандаҳо чудо мекунем:

$$\begin{aligned} x^3 + 2^3 - 2x^2 - 4x &= 0 \\ (x+2)(x^2 - 2x + 2^2) - 2x(x+2) &= 0, \\ (x+2)(x^2 - 2x + 4 - 2x) &= 0, \\ (x+2)(x^2 - 4x + 4) &= 0, \\ (x+2)(x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2) &= 0. \end{aligned}$$

Ифодаи дохили қавсҳои дуюм ба квадрати фарки x ва 2 баробар аст, яъне $x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 = (x-2)^2$.

Пас,

$$\begin{aligned} (x+2)(x-2)^2 &= 0, \\ (x+2)(x-2)(x-2) &= 0. \end{aligned}$$

Ҳар қадоми зарбшавандаҳоро ба нол баробар карда, ҳалҳои муодила, яъне решоҳои онро меёбем:

$$1) x + 2 = 0, x = -2; \quad 2) x - 2 = 0, x = 2; \quad 3) x - 2 = 0, x = 2.$$

Ҷӣ хеле, ки мебинем, решоҳои муодилаҳои дуюму сеюм якхела буда, ба 2 баробараанд, яъне онҳо як решо ҳисоб меёбанд. Ҳамин тарик, муодилаи додашуда решоҳои -2 ва 2-ро доштааст. Ин решоҳоро дар муодилаи додашуда ба ҷои x гузошта месанҷем, ки онҳо дар ҳақиқат муодиларо қаноат мекунонанд: $(-2)^3 - 2(-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 8 = -8 - 8 + 8 + 8 = 0$,

$$(2)^3 - 2 \cdot (2)^2 - 4 \cdot 2 + 8 = 8 - 8 - 8 + 8 = 0.$$

Чавоб. -2 ва 2.

Тарзидуюм. Тарафи чапи муодиларо гурӯҳбандӣ мекунем: $(x^3 - 2x^2) - (4x - 8) = 0$,

$$x^2(x - 2) - 4(x - 2) = 0,$$

$$(x - 2)(x^2 - 4) = 0,$$

$$(x - 2)(x^2 - 2^2) = 0,$$

$$(x - 2)(x - 2)(x + 2) = 0.$$

Давоми ҳалро аз тарзи якум медонем.

Тарзисеюм. Тарафи чапи муодиларо ба таври зерин табдил медиҳем:

$$x^3 - 4x - 2x^2 + 8 = 0$$

$$x(x^2 - 4) - 2(x^2 - 4) = 0, \quad (x^2 - 2^2)(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x - 2) = 0$$

Давоми ҳал ба мо маълум аст.

Чӣ хеле, ки мебинем, тарзҳои дуюму сеюм назар ба тарзи якум қўтоҳу зеботар мебошанд.

Ҳамин тарик, тарзҳои гуногуни ба зарбшавандаҳо чудо кардани бисёрузвахо имконият медиҳанд, ки муодилаҳои нисбатан мураккабтар ҳал карда шаванд. Ин гуна муодилаҳоро дар синф, дар корҳои берун аз синғӣ ва озмунҳо истифода бурдан мумкин аст.

Дар машқҳои 506-509 ифодаҳоро бо тарзҳои гуногун ба зарбшавандаҳо чудо кунед.

506. а) $ax^2 + 4ax + 4a$; г) $4z^2 - 4z + 1$;
б) $b^2 - 6b^2x + 9b^2x^2$; д) $-9 - 6a - a^2$;
в) $0,25y^2 - 6y + 36$; е) $a^2 + 3ab + 2b^2$.

507. а) $x^2 - y^2 - ax - ay$; г) $z^2 - 5z + 4$;
б) $ac + ad + 2bc + 2bd$; д) $c^2 - 6c + 5$;
в) $2ax - 2ay - 3by + 3bx$; е) $x^2 + 2xy - 3y^2$;

- 508.** а) $12 + 4a - 12b - 4ab$; г) $x - a + x^2 - a^2$;
 б) $x^2 - x^2y + x^3 - xy$; д) $x + y + x^2 - y^2$;
 в) $x^2 - x - y^2 - y$; е) $a^3 - 3b^2 + 3a^2 - ab^2$.

- 509.** Бо тарзҳои гуногун нишон дихед, ки айниятҳои зерин дурустанд:
- а) $x^2 + 5x + 4 = (x+1)(x+4)$;
 б) $y^2 + y - 20 = (y-4)(y+5)$;
 в) $z^2 - 9z + 18 = (z-3)(z-6)$;
 г) $t^3 - 2t^2 + t = t(t-1)(t-1)$.

Муодилаҳои машқҳои 510-512-ро бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.

- 510.** а) $x^3 - x = 0$; в) $z^3 - 4z = 0$;
 б) $5y - 20y^3 = 0$; г) $24t^2 - 6t^4 = 0$.
- 511.** а) $x - x^3 = 0$; в) $z^3 + 2 = 2z^2 + z$;
 б) $y^3 + 9y = 18 + 2y^2$; г) $t^3 + t = 5t^2 + 5$.
- 512.** а) $u^3 + 3u^2 - u = 3$; в) $5(p+1) = p^2 + p$;
 б) $3v - 3 = v^3 - v^2$; г) $5q - q^2 = 6$.

Тарафҳои чали муодилаҳои машқҳои 513 - 514-ро бо тарзҳои гуногун ба зарбшавандахо ҷудо карда, муодиларо ҳал кунед.

- 513.** а) $x^2 - 6x - 7 = 0$; в) $4z^2 + 8z + 4 = 0$;
 б) $y^2 - 7y + 12 = 0$; г) $0,2t^2 - t + 0,8 = 0$.
- 514.** а) $0,4 - 0,1x^2 = 0$; в) $z^2 - 6z + 9 = 0$;
 б) $4y^2 - 1 = 0$; г) $t^2 + 10t + 25 = 0$.
- Ҳаљ. в) $z^2 - 6z + 9 = 0$, 2) $z^2 - 6x + 9 = 0$,
 1) $z^2 - 3z - 3z + 9 = 0$, $z^2 - 2 \cdot z \cdot 3 + 3^2 = 0$,

$$\begin{aligned}z(z-3)-3(z-3) &= 0, \\(z-3)\cdot(z-3) &= 0, \\z-3 &= 0, \\z &= 3.\end{aligned}$$

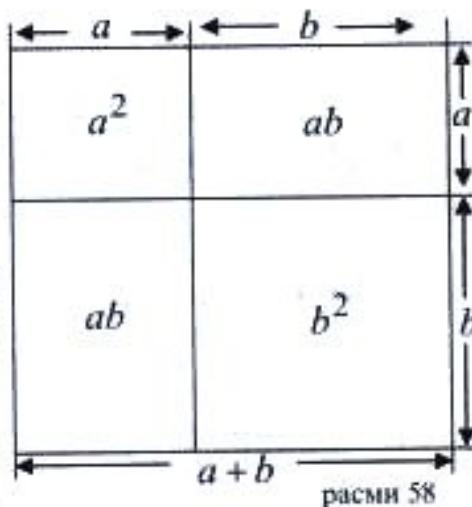
$$\begin{aligned}(z-3)^2 &= 0, \\(z-3)\cdot(z-3) &= 0, \\z-3 &= 0, \\z &= 3.\end{aligned}$$

Чавоб. 3

Маълумоти таърихӣ

Ҳануз чор ҳазор сол пеш баъзе қоидаҳои зарби мухтасар ба бобулиҳо, хитоиҳо ва дигар ҳалкҳои қадим маълум буданд. Қоидаҳои зарби мухтасар дар он замонҳо ба шакли ҳозираи формулавӣ арзи вучуд накардаанд. Ин қоидаҳоро бо лафз баён мекарданд. Юнониҳои қадим

a^2 -и ҳозираро «квадрат дар порчаи a » мегӯфтанд, ки маъни геометрий дорад. Квадрати дарозии тарафаш a ба масоҳати a^2 соҳиб аст. Махз ҳамин маъний дар назар дошта шуда



аст. $(a+b)^2$ -ро «квадрат дар порчаи $a+b$ » мефаҳмиданд (расми 58).

Ба формулаи ҳозираи квадрати сумма дар китоби дуюми «Ибтидо»-и Евклид (Уқлидус, асри III то милод) шарҳи геометрий оварда шудааст, ки ба он расми 58 мувофиқат мекунад. Матни он чунин аст: «Агар порча бо ягон тарз ба қисмҳо чудо карда шуда бошад, он гоҳ квадрат дар тамоми порча баробар аст ба квадратҳо дар порчаҳо бо якчоягии росткунҷаҳое, ки дар байни порчаҳо маҳдуданд».

$$\text{Яъне } (a+b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ab,$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Машқұро барои кори мұстакилонаи № 1

Вариант 1

- Бисёрұзваҳои зеринро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:
 - $a^2 - 4$; б) $b^2 - 9c^2$; в) $8 + x^3$; г) $a^3 + 2a^2b + ab^2$.
- Исбот кунед, ки ифодаи $3^{12} + 3^{11} - 3^{10}$ ба 11 тақсим мешавад.
- Муодилаи $(x^2 - 7x + 5)(x + 7) = x^3 - 9x$ -ро ҳал кунед.

Вариант 2

- Бисёрұзваҳои зеринро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

| | |
|-----------------|------------------------------------|
| а) $9x^2 - 4$; | б) $16y^2 - 9z^2$; |
| в) $4a^2 - 1$; | г) $a^5 + 2a^4b + a^3 \cdot b^2$. |
- Исбот кунед, ки ифодаи $11^7 - 11^6 + 11^5$ ба 111 тақсим мешавад.
- Муодилаи $(x - 5)^2 + (3 + x)(4 - x) = 79$ -ро ҳал кунед.

Вариант 3

- Бисёрұзваҳои зеринро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

| | |
|-----------------------------|------------------------|
| а) $x^2 - 9y^2$; | б) $8z^3 + 27$; |
| в) $a^2b^2 + 2ab^2 + b^2$; | г) $36 - (1 - 4x)^2$. |
- Исбот кунед, ки ифодаи $5^7 + 5^5 - 5^4$ ба 43 тақсим мешавад.
- Муодилаи $(x^2 - 4)(x + 7) = x^3 + 7x^2 - 20$ -ро ҳал кунед.

Вариант 4

- Бисёрұзваҳои зеринро ба зарбшавандаҳо чудо кунед:

| | |
|------------------------|------------------------|
| а) $36x^2 - y^2$; | б) $27 - 8a^3$; |
| в) $a^3 - 3a^2 + 2a$; | г) $x^2 - (1 - x)^2$. |
- Исбот кунед, ки ифодаи $12^7 + 12^6 + 12^5$ ба 157 тақсим мешавад.
- Муодилаи $(x^2 - 1)(x - 2) = x^3 - 2x^2 + 2$ -ро ҳал кунед.

Машкхо барои кори мустақилонаи № 2

Варианти 1

- Дуузваҳои зеринро ба квадрат бардоред:
 - $x + 2$; б) $x^2 - 3$.
- Ифодаҳои зеринро ба бисёрузва табдил дихед:
 - $(ax + b^3)^2$; б) $(c - 4a^2)^2$.
- Муодилаи $(x + 5)^2 + (x - 3)(3 - x) = 0$ -ро ҳал кунед.

Варианти 2

- Ифодай $15xy - (2,5x - 3y)^2$ -ро содда кунед.
- Ифодаҳои зеринро ба бисёрузва табдил дихед:
 - $(ax - 3b)^2$; б) $(by - 4)^2$.
- Муодилаи $(3 - x)^2 = (4 - x)(7 - x)$ -ро ҳал кунед.

Варианти 3

- Ифодай зеринро ба бисёрузва табдил дихед:
 - $(3t + xy)^2$; б) $(2x - 3)^2$.
- Ифодай $14mn - (7n + m)^2 + m^2$ -ро содда кунед.
- Муодилаи $-(t + 1)^2 = (1 - t)(1 + t)$ -ро ҳал кунед.

Варианти 4

- Дуузваҳои зеринро ба квадрат бардоред:
 - $k - 3$; б) $x^2 - y$.
- Ифодаҳои зеринро ба бисёрузва табдил дихед:
 - $(3t + x^2)^2$; б) $(m + 4n)^2$.
- Муодилаи $(x - 3)^2 = (4 - x)(2 - x)$ -ро ҳал кунед ва натиҷаро шарҳ дихед.

БОБИ VI. Системаи муодилаҳои хаттӣ.

38. Муодилаи хатти дутағийирёбанда ва графики он

Мо муодилаи намуди $ax + b = 0$ -ро, ки дар ин ҷо a, b ададҳо (коэффициентҳо) ва x тағийирёбанда мебошанд, муоина карда будем. Ададҳои a, b ба истиснои $a = 0$, ададҳои дилҳоҳ буда метавонанд. Он муодила номи муодилаи хатти якномаълумаро дошт, ки онро муодилаи яктағийирёбанда низ меноманд. Ҳалли муодилаи мазкур $ax = -b$, $x = -\frac{b}{a}$

буд. Акнун ҳолатҳоеро муоина мекунем, ки дар онҳо дутағийирёбанда амал мекунанд.

Масъала. Баъди 2 соати аз шаҳри Душанбе ба сӯи шаҳри Ҳучанд, ки масофаи байнашон 340 км аст, равона шудани мошини боркаш аз шаҳри Ҳучанд бо ҳамон роҳ мошини сабукрав сӯи шаҳри Душанбе роҳ пеш гирифт. Агар мошинҳо бо суръатҳои доимии худ ҳаракат карда, баъди 5 соат воҳӯрда бошанд, суръати ҳар як моширо ёбед.

Ҳал. Дар ин масъала ёфтани суръати як мошин не, балки ёфтани суръати доимии ду мошин талаб карда шудааст. Пас, агар суръати мошини боркашро бо x (ба ҳисоби км/соат) ишорат кунем, он гоҳ суръати мошини сабукравро бо тағийирёбандай дигар, масалан у км\соат ишорат мекунем. Мошини боркаш то воҳӯрӣ 7 соат ва мошини сабукрав 5 соат дар роҳ буд. Пас, роҳи то воҳӯрӣ тай кардаи мошини боркаш ба $7x$ км ва роҳи то воҳӯрӣ тай кардаи мошини сабукрав ба $5y$ км баробар мегардад, ки суммаи онҳо ба 340 км баробар аст, яъне $7x + 5y = 340$,

$$\text{ё ки } 7x + 5y - 340 = 0 \quad (1)$$

мешавад. Ин муодиларо *муодилаи хатти дутағийирёбанда* (ё *дуномаълума*) меноманд.

Агар дар муодилаи (1) $x = 20$, $y = 40$ қабул кунем, он гоҳ $7 \cdot 20 + 5 \cdot 40 - 340 = 140 + 200 - 340 = 0$ ҳосил мешавад. Ҳамин тарик, баробарии дуруст ҳосил шуд ва ададҳои 20 ва 40 ҷавоби масъала шуда метавонад, яъне суръати мошини

боркаш 20 км\соат ва суръати мошини сабукрав 40 км\соат аст. Чуфти ададҳои $x = 20$, $y = 40$ -ро ҳалли муодилаи (1) мегӯем. Инчунин гуфта метавонем, ки чуфти ададҳои $(x; y)$ муодилаи (1)-ро қаноат мекуноанд.

Муодилаи (1)-ро ададҳои $x = 25$, $y = 33$ ҳам қаноат мекуноанд: $7 \cdot 25 + 5 \cdot 33 - 340 = 175 + 165 - 340 = 340 - 340 = 0$, яъне баробарии дуруст ҳосил шуд.

Муодилаи (1)-ро ададҳои $x = 22$, $y = 35,2$ низ қаноат мекуноанд. Ҳамин тарик, ҳалҳои муодилаи (1) бисёранд, валие на ҳама гуна чуфти ададҳо ҳалли масъала шуда метавонад. Масалан, $x = 50$, $y = -2$ ҳалли муодилаи (1) шаванд ҳам, ҳалли масъала намешаванд, зеро суръати мошин ба адади манғӣ баробар шуда наметавонад.

Намуди умумии муодилаи (1)

$$ax + by + c = 0 \quad (2)$$

мебошад, ки дар ин ҷо a , b , c , d ададҳои доимӣ, x ва y тағйирёбандаҳо мебошанд, ба замми ин $a \neq 0$, $b \neq 0$ аст.

Муодилаи (2)-ро *муодилаи хаттии дутагайрёбанда* (дуномаълума) мегӯянд.

Ҳамагуна чуфти ададҳои $(x; y)$ -ро ҳалли муодилаи (2) мегӯянд, ки агар он баробарии (2)-ро ба баробарии дурусти ададӣ табдил дихад. Чунин чуфти ададҳои $(x; y)$ -и қаноаткунонандай муодилаи (2) бениҳоят бисёранд.

Муодилаи (2)-ро ин тавр табдил медиҳем:

$$by = -ax - c \quad (3)$$

Ҳар ду тарафи баробарии (3)-ро ба $b \neq 0$ таксим мекунем:

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}. \quad (4)$$

Ишоратҳои $-\frac{a}{b} = k$, $-\frac{c}{b} = b_1$ -ро дохил карда, аз

баробарии (4) ба баробарии зерин мегузарем:

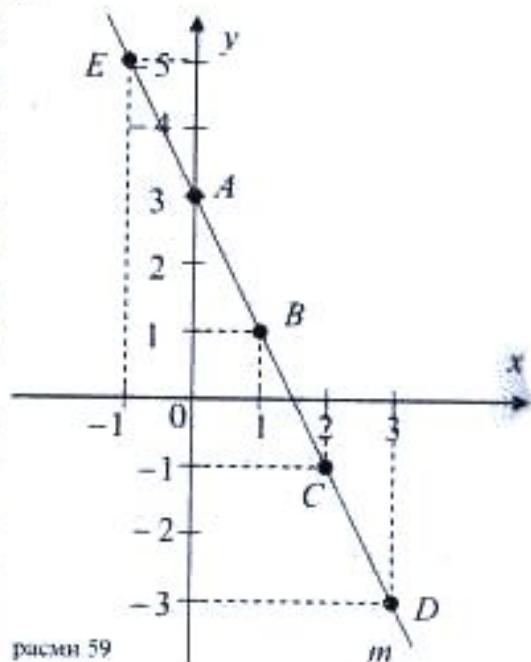
$$y = kx + b_1. \quad (5)$$

Ҷӣ хеле, ки аз боби II ба мо маълум аст, баробарии (5) функцияи хатти мебошад, ки графикаш ҳати рост аст ва координатаҳои ҳамаи нуқтаҳои ин ҳати рост баробарии

(5)-ро қаноат мекунонанд. Азбаски баробарии (5) ба баробарии (2) баробаркувва аст, бинобар ин графики муодилаи хатти дутагийрёбанда (2) низ хати рост аст. Координатаҳои ҳамаи нуқтаҳои ин хати рост муодилаи (2)-ро қаноат мекунонанд.

М и с о л и 1. Ҳалҳои муодилаи хатти дутагийрёбандай $2x + y - 3 = 0$ -ро бо нуқтаҳои ҳамвории координатии xOy тасвир мекунем.

Бо ин мақсад якчанд чуфти ҳалҳои муодилаи додашударо интихоб мекунем. Масалан, чуфти ададҳои $(0;3)$, $(1;1)$, $(2;-1)$, $(3;-3)$, $(-1;5)$ ҳалҳои муодилаи додашуда мебошанд. Дар ҳамвории координатии xOy нуқтаҳои $A(0;3)$, $B(1;1)$, $C(2;-1)$, $D(3;-3)$, $E(-1;5)$ -ро месозем (расми 59). Ҳаткашакро гузашта мебинем, ки ҳамаи он нуқтаҳо дар як хати рост меҳобанд. Ин хати ростро бо m ишорат мекунем. Ҳати рости m графики муодилаи $2x + y - 3 = 0$ мебошад.



расми 59

Чӣ хеле, ки маълум аст, барои сохтани хати рост доностани ду нуқтаи он кифоя мебошад. Аммо мавридҳое ҳам мешаванд, ки ду ҳалҳои муодилаи хатти дутагийрёбандаро ёфтани кори саҳл намебошад.

Барои муайян кардани он ду нуқтаҳо ба яке аз тагийрёбандахои муодилаи хатти дутагийрёбанд, масалан, ба тагийрёбандай x қимати мушаххаси x_1 -ро мегузорем. Дар натиҷа муодила намуди

$$ax_1 + by + c = 0 \text{ -ро} \quad (6)$$

мегирад. Бо сабаби адади муайян будани x_1 муодилаи (6) ба муодилаи яктағийрёбандай у табдил меёбад, ки чӣ тавр ёфтани у-ро медонем. Бигзор ин қимати у адади y_1 бошад. Ҳамин тариқ, координатаҳои як нуқтаи хати рост муайян мешавад. Баъд ба ҳамин тариқ $x = x_2$ -ро ба муодила гузашта,

y_2 -ро муайян мекунем. Ду нуктахо, ки муайян шуданд, онхоро сохта, бо хати рост пайваст мекунем. Ҳамин хати рост графики муодилаи додашуда аст.

Мисоли 2. Графики муодилаи $5x - 3y - 9 = 0$ -ро месозем.

Ҳал. Ба чои x адади 0-ро мегузорем, яъне $x_1 = 0$, он гоҳ $5 \cdot 0 - 3y - 9 = 0$; $-3y = 9$; $y_1 = -3$ мешавад. Ҳамин тарик, нуктаи $(0; -3)$ муайян гардид.

Акнун бигзор $x_2 = 3$ бошад,

он гоҳ $5 \cdot 3 - 3y - 9 = 0$;

$-3y = -6$; $y_2 = 2$ мебарояд.

Координатаҳои нуктаи дуюм $(3; 2)$ мешавад. Ин нуктаҳоро бо $A(0; -3)$ ва $B(3; 2)$ ишорат карда, онхоро дар ҳамвории координатӣ месозем ва аз болояшон хати рости m -ро мегузаронем, ки он графики муодилаи $5x - 3y - 9 = 0$ мешавад (расми 60).

Мисоли 3. Графики муодилаи $5x + 3y - 15 = 0$ -ро месозем.

Ҳал. Тарзи соддатарини сохтани графики муодилаи хаттии ду тағийирёбанд мавҷуд аст. Аввал қимати $x = 0$ -ро ба муодилаи $5x + 3y - 15 = 0$ мегузорем:

$$5 \cdot 0 + 3y - 15 = 0,$$

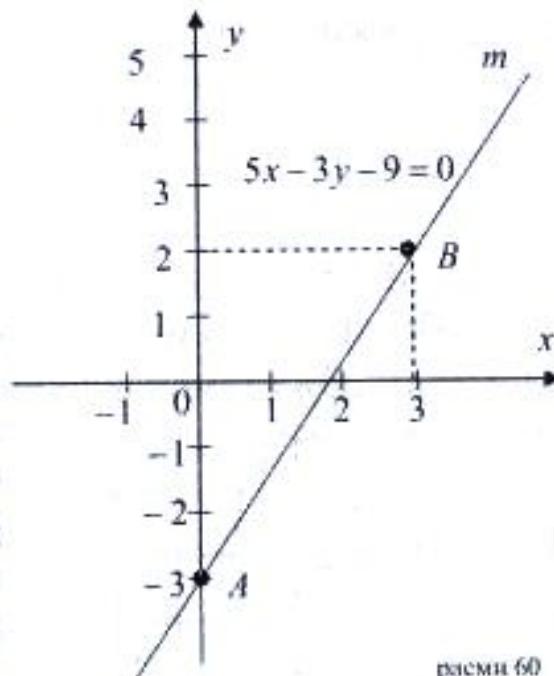
$$3y = 15, \quad y = 5.$$

Нуктаи $A(0; 5)$ муайян карда шуд, ки дар тири Oy воеъ аст. Баъд қимати $y = 0$ -ро ба муодилаи додашуда мегузорем:

$$5x + 3 \cdot 0 - 15 = 0,$$

$$5x - 15 = 0, \quad x = 3.$$

Нуктаи $B(3; 0)$ муайян карда шуд, ки он дар тири Ox меҳобад. Дар ҳамвории координатии xOy ин нуктаҳоро



расми 60

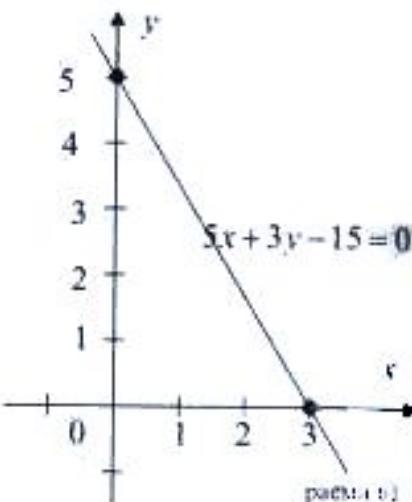
месозем ва онҳоро пайваст мекунем. Хати рости ҳосилшуда графики муодилаи $5x + 3y - 15 = 0$ мешавад (расми 61).

Мисоли 4. Ду ададҳоеро ёбед, ки суммаашон ба 7 ва фарқашон ба 3 баробар бошад.

Ҳаљ. Адади калонро бо x ва адади хурдро бо y ишорат мекунем. Мувофиқи шарти масъала ба ду муодилаҳои зерин соҳиб мешавем:

$$x + y = 7, \quad (7)$$

$$x - y = 3. \quad (8)$$



Мо бояд чунин қиматҳои x ва y -ро ёбем, ки онҳо муодилаҳои (7) ва (8)-ро дар як вакт қаноат кунонанд. Бо ин мақсад ҷадвали зеринро тартиб медиҳем:

| | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|---|---|---|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| y | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | ... |
| $x + y$ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | ... |
| $x - y$ | -7 | -5 | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 | ... |

Ҳам вуҷуд доранд ё на. Агар коэффицентҳои муодила ададҳои калон бошанд, тарзи ҷадвалии ёфтани ҳал боз ҳам мушкилтар мегардад.

Ҷуфти ададҳои x ва y , ки мо ҷустуҷӯ дорем, ҳам координатаҳои нуқтаи хати рости муодилаи (7) ва ҳам координатаҳои нуқтаи хати рости муодилаи (8) мешавад, яъне он нуқтаест, ки дар ҳардӯи ҳатҳои рост меҳобад. Пас, чунин нуқта буриши он ду ҳатҳои рост мебошад. Дар чунин маврид яке аз муодилаҳоро ба зери муодилаи дигар навишта, онҳоро бо қавси ислими муттаҳид мекунем:

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 3. \end{cases} \quad (9)$$

Графики ин муодилаҳоро дар як системай координатаҳои росткунча месозем.

Дар муодилаи якум агар $x = 0$ бошад, $y = 7$ мешавад

ва агар $y=0$ бошад, $x=7$ мешавад. Пас, графики муодилаи якум аз нүктаҳои $A(0;7)$ ва $B(7;0)$ мегузарад. Дар муодилаи дуюм $x=0$ бошад, $y=-3$ ва агар $y=0$ бошад, $x=3$ мешавад, яъне графики муодилаи дуюм аз нүктаҳои $C(0;-3)$ ва $D(3;0)$ мегузарад. Ин нүктаҳоро сохта, хатҳои рости AB ва CD -ро тасвир мекунем (расми 62).

Хатҳои рости AB ва CD дар нүктаи E бурида мешаванд.

Чӣ хеле, ки аз расм намоён аст, координатаҳои нүктаи E ададҳои $x=5$, $y=2$ мебошанд.

Ҷавоби масъала ин аст, ки адади калон 5 ва адади хурд 2 мебошад. Суммаи онҳо $5+2=7$ ва фарқашон $5-2=3$ аст, ки ин ҷавобгӯи масъалаи 4 мешавад.

515. Оё муодилаҳои зерин муодилаҳои хаттии дутагйирёбанд мебошанд?

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| а) $2x + y + 1 = 0$; | в) $7z + 4t + 5 = 0$; |
| б) $3x + 4t + 6 = 0$; | г) $4z + 15t - 6 = 0$. |

516. Оё ҷуфти ададҳои:

- | | | | |
|-------------------------------------------------------|---------------|---------------|---------------|
| а) $(3;-2)$; | б) $(2;-3)$; | в) $(-2;3)$; | г) $(-1;1)$; |
| д) $(-4;5)$ ҳалли муодилаи $4x + 3y + 1 = 0$ мешавад? | | | |

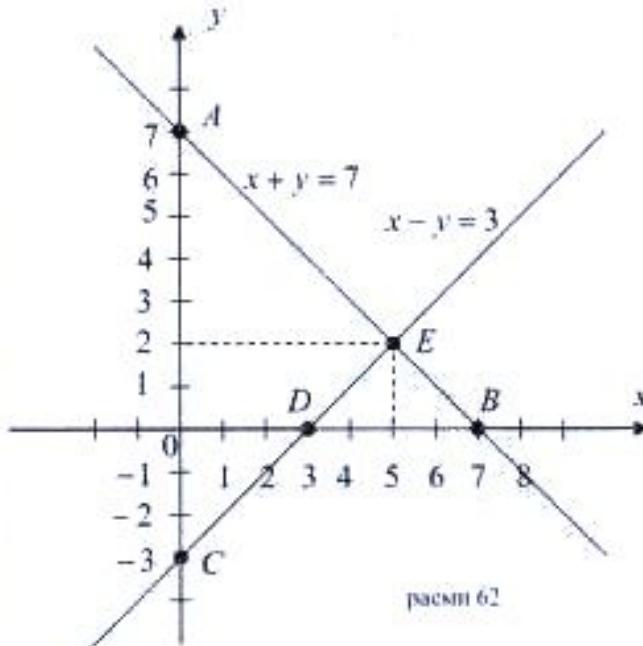
517. Оё ҷуфти ададҳои:

- | | | | | |
|---------------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| а) $(2;4)$; | б) $(8;1)$; | в) $(4;3)$; | г) $(0;5)$; | д) $(-2;6)$; |
| е) $(-4;7)$ ҳалли муодилаи $x + 2y = 10$ мешавад? | | | | |

518. Графикро насохта муайян кунед, ки оё нүктаҳои $A(2;6)$, $B(1;8)$, $C(3;4)$, $D(-2;-14)$, $E(-2;14)$, $F(-1;8)$ ба графики муодилаи $2x + y - 10 = 0$ мутаалликанд?

Дар муодилаҳои зерин мувоғиқи қимати додашудаи x қимати y -ро муайян кунед:

- | | |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| 519. а) $2x + 5y - 7 = 0$, $x = 0$; | б) $4x - 3y - 1 = 0$, $x = 1$; |
|---------------------------------------|----------------------------------|



расми 62

в) $0,5x + 0,2y + 6 = 0$, $x = -6,2$;

г) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{8}y + 3 = 0$, $x = -4$.

520. а) $12x - 7y + 5 = 0$, $x = 0$; б) $-3x + 4y + 1 = 0$, $x = -1$;

в) $x + y - 5 = 0$, $x = 5$; г) $20x - 35y + 69 = 0$, $x = 6$.

Дар муодилахой зерин мувофиқи қимати додашудаи ү қимати x -ро муайян кунед:

521. а) $3x + 6y - 21 = 0$, $y = 0$;

б) $8x + 27y - 32 = 0$, $y = 1$;

в) $18x + 25y - 50 = 0$, $y = -1\frac{3}{5}$;

г) $4x + 8y - 19 = 0$, $y = -\frac{5}{8}$.

522. а) $x + y - 6 = 0$, $y = 6$;

б) $2x + 4y - 7 = 0$, $y = 0$;

в) $2x - y + 5,5 = 0$, $y = -2,5$;

г) $4x + 2,5y - 1,5 = 0$, $y = 1\frac{2}{5}$.

Дар ҳамвории координатии xOy графики муодилахой хаттии дутагийрёбандаи зеринро созед:

523. а) $x + y - 3 = 0$;

в) $2x + y - 4 = 0$;

б) $x - y + 2 = 0$;

г) $x + 2y - 6 = 0$.

524. а) $-x + y = 2$;

в) $x = y + 4$;

б) $-x - y = 3$;

г) $y = x - 1$.

525. а) Исбот кунед, ки хатҳои рости $3x + 2y - 13 = 0$ ва $5x - 6y - 3 = 0$ дар нуқтаи $A(3;2)$ бурида мешаванд.

б) Исбот кунед, ки хатҳои рости $4x + 5y + 6 = 0$ ва $7x - 9y - 25 = 0$ дар нуқтаи $B(1;-2)$ бурида мешаванд.

Нүктаи буриши хатҳои рости зеринро ёбед:

526. а) $x + y - 2 = 0$ ва $2x - y + 1 = 0$;

б) $2x + 3y = 6$ ва $3x + y = 2$.

527. а) $x + y = 10$ ва $2x - y = 5$;

б) $2x - y = 3$ ва $x + y - 9 = 0$.

39. Системаи муодилаҳои хаттии дуномаълума

Масъала. Ман адади дурақамаэро фикр кардам, ки суммаи рақамҳояш ба 18 баробар аст. Ин кадом адад бошад?

Ҳал. Азбаски адади фикр кардашуда дурақама аст ва ҳарду рақамаш ҳам номаълум мебошанд, бинобар ин рақами якумро бо x ва рақами дуюмро бо y ишорат мекунем. Он гоҳ мувофики шарти масъала $x + y = 18$ мешавад. Ин муодиларо *муодилаи хаттии дуномаълума* мегӯем. Бо сабаби рақам будани x ва y қимати онҳо аз 9 калон шуда наметавонад. Аммо $18=9+9$ аст, пас $x=9$, $y=9$, яъне адади фикр карда шуда фақат 99 мешавад.

Агар суммаи рақамҳои адади дурақамаи фикр карда шуда ба 17 баробар мешуд, он гоҳ шояд $x=8$, $y=9$ ё $x=9$, $y=8$ навишта, адади матлубро меёфтем, ки он 89 ё 98 мешуд. Агар суммаи рақамҳои якуму дуюм ба 5 баробар мебуд, он гоҳ чустучӯи адад вақти зиёдро мегирифт, инчунин ҳалҳои бисёрро соҳиб мешудем. Агар суммаи рақамҳои адади дурақама ба 13 ва фарқи рақамҳои якуму дуюм ба 5 баробар мебуд, он гоҳ молори муодилаҳои $x + y = 13$ ва $x - y = 5$ мешудем. Ин ду муодиларо муттаҳид карда, онро *системаи муодилаҳои хаттии дуномаълума* меномем ва ин тавр менависем:

$$\begin{cases} x + y = 13, \\ x - y = 5. \end{cases} \quad (1)$$

Қавси аз тарафи чап истода ишоратест ба ёфтани ҷунин ҷуфти ададҳои (x, y) , ки он ҳар як муодилаи системаи (1)-ро ба баробарии дуруст табдил медиҳад.

Санҷида дидан мумкин аст, ки ададҳои $x=9$ ва $y=4$

хар як муодилаи системаи (1)-ро ба баробарии дуруст табдил

медиҳанд:

$$\begin{cases} 9 + 4 = 13, \\ 9 - 4 = 5. \end{cases}$$

Ҳамин ҷуфти ададҳои $(9; 4)$ -ро ҳалли системаи (1) мегӯем.

Ҳалли системаи ду муодилаҳои дуномаълума гуфта ҷунин ҷуфти ададҳоро меномем, ки ҳангоми ба ҷои номаълумҳои муодилаҳои система гузоштани онҳо ҳар як муодилаи система ба баробарии дуруст табдил меёбад.

Ҳал кардани системаи муодилаҳо гуфта ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё нишон додани мавҷуд набудани ҳалро мегӯем.

Системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълумаро дар

намуди умумӣ ин тавр менависем:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

Дар ин ҷо $a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2$ ададҳои маълум ва ҳаҷаҳои ададҳои номаълуманд.

Ҳар як муодилаи хаттии дуномаълума ҳалҳои бешумор дорад.

Ду муодилаҳои дуномаълума, ки ҳалҳои якхела доранд, муодилаҳои баробаркувва номидан мешаванд. Масалан, ҳалҳои муодилаи $x + 2y = 5$ ҳалҳои муодилаи $2x + 4y = 10$ ниэ мешаванд ва баръакс. Пас, ҳардун ин муодилаҳо баробаркувваанд. Муодилаҳое, ки ҳал надоранд, ниэ муодилаҳои баробаркувва мебошанд. Ҳарду тарафи муодилаи дуномаълумаро ба ҳамон як адади ғайринолӣ зарб ё тақсим кардан мумкин аст. Ҳар як узви муодиларо бо иваз кардани аломаташ аз як тарафи муодила ба тарафи дигари он гузаронидан мумкин аст.

Масалан, муодилаи $3x + 6y = 9$ ба муодилаи $x + 2y = 3$ баробаркувва аст ва гайра.

Системаи муодилаҳои хаттиро бо тарзҳои гуногун ҳаяд кардан мумкин аст, ки маъмултаринашон тарзи гузориш, тарзи графикӣ ва тарзи ҷамъкуни мебошанд.

528. Оё чуфти ададҳои $(1;3)$ муодилаи $3x - 2y = 4$ -ро қаноат мекунонад?

529. Кадоме аз чуфти ададҳои $(3;1)$, $(2;-1)$, $(-2;5)$, $(0;6)$ ҳалли муодилаи зерин мешаванд?

a) $2x + y = 7$; в) $x + 2y = 0$;

б) $4x - 3y = 11$; г) $x + 3y = 18$.

530. Ду ҳалли дилҳоҳи муодиларо ёбед:

а) $x + 2y = 7$; в) $p + 2q = 4$;

б) $3x - y = 4$; г) $5m + 3n = 16$.

531. Ситорачаҳоро ба ададҳое иваз кунед, ки чуфти ададҳои $(3;*)$, $(*;3)$, $(-3;*)$, $(*;-1)$, $(*;-3)$, $(-1,5;*)$ ҳалли муодилаи $2x + 3y = 9$ шавад.

532. Якто муодилаи дуномаълума тартиб дихед, ки ҳаллаш чуфти ададҳои $(-1;4)$ бошад.

533. Релсҳои 15 метра ва 18 метраи роҳи оҳани трамвай мавҷуданд. Аз ҳар қадоми онҳо чанд донагӣ гирифтан мумкин аст, ки роҳи оҳани дарозиаш 141 метра ҳосил шавад? Масъала чандто ҳал дорад?

534. Оё чуфти ададҳои $(3;-1)$ ҳалли муодилаҳои зерин мешавад? а) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 4x - 3y = 15; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 3x - y = 7; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 4x + y = 11, \\ x - y = 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ x - y = 2. \end{cases}$

535. Системаи муодилаҳоеро тартиб дихед, ки ҳаллаш чуфти ададҳои $(1;3)$ бошад.

536. Системаи муодилаҳои зерин чанд ҳал дорад?

а) $\begin{cases} y = 3, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = -2, \\ 3x - y = 8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 8x + y = 5, \\ x = -2. \end{cases}$

537. Системаи муодилаҳои зерин дода шудааст:

$$\begin{cases} x + 4y = c_1, \\ 3x - 2y = c_2. \end{cases}$$

Агар чуфти ададҳои (1;2) ҳалли система бошад, c_1 ва c_2 -ро ёбед.

538. Агар чуфти ададҳои (2;-3) ҳалли системаи

муодилаҳои

a) $\begin{cases} ax + 2y = 2, \\ 4x - by = 11; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + by = -2, \\ ax + 3y = 1 \end{cases}$

бошад, қимати a ва b -ро ёбед.

539. Оё системаи муодилаҳои зерин ҳал дорад?

a) $\begin{cases} x + y = 4, \\ 3x + 3y = 12; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 4y = 1, \\ x - y = 1. \end{cases}$

540. Оё муодилаҳои зерин баробаркувваанд?

a) $2x + 4 = 3y$ ва $4x + 8 = 6y$;

б) $2x - 2y = 4$ ва $y = 1 - x$;

в) $x + y = 1$ ва $2x + 2y = 2$;

г) $3x - 5y = 2$ ва $6x = 10y + 4$;

д) $x + y = 1$ ва $2x + 2y = 1$;

е) $5x - y = 3$ ва $5x = 3y + 9$.

40. Бо тързи гузориш ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума

Барои ҳал кардани системаи муодилаҳои

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

аз муодилаи якум ё аз муодилаи дуюм x -ро ба воситаи y уро ба воситаи x ифода мекунем. Масалан, дар системаи

муодилаҳои

$$\begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$$

(1)

аз муодилаи дуюм у-ро ба воситаи x ифода мекунем:

$$y = 4 - 2x. \quad (2)$$

Муодилаи (2) ба муодилаи дуюми системаи (1) баробаркувва аст. Ифодай барои у ёфтаамонро дар муодилаи якуми системаи (1) ба чои у мегузорем:

$$3x + 4 \cdot (4 - 2x) = 11.$$

Ҳамин тарик, муодилаи якномаълума ҳосил шуд, ки онро ҳал мекунем:

$$3x + 16 - 8x = 11,$$

$$3x - 8x = 11 - 16,$$

$$-5x = -5,$$

$$x = 1.$$

Қимати $x=1$ -ро дар баробарии (2) ба чои x мегузорем:

$$y = 4 - 2x = 4 - 2 \cdot 1 = 2.$$

Бо ҳамин $x=1$, $y=2$ ё чуфти агадҳои (1;2)-ро ёфтем, ки ҳалли системаи (1) мешавад.

Чунин тарзи ҳал кардани системаи муодилаҳои хаттиро тарзи гузориш мегӯем.

Ҳамин тарик, барои бо тарзи гузориш ҳал кардани системаи муодилаҳо лозим аст, ки:

- 1) аз ягон муодилаи система яке аз номаълумҳоро ба воситаи номаълуми дигар ифода кунем;
- 2) ифодай барои як номаълуми система ҳосил кардаамонро дар муодилаи дигари система ба чои ҳамон номаълум гузорем;
- 3) муодилаи якномаълумаи ҳосил шударо ҳал кунем;
- 4) қимати номаълумро, ки муайян кардем, ба ҷояш Гузашта, қимати номаълуми дигарро ёбем.

Як мисоли дигарро муроҷа мекунем:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ 3x + 5y = 7; \end{cases}$$

$$2x + 3y = 4,$$

$$2x = 4 - 3y,$$

$$\begin{cases} x = 2 - \frac{3}{2}y, \\ 3\left(2 - \frac{3}{2}y\right) + 5y = 7; \end{cases} \quad 6 - \frac{9}{2}y + 5y = 7,$$

$$\frac{1}{2}y = 1, \quad y = 2; \quad x = 2 - \frac{3}{2} \cdot 2 = -1. \quad \text{Чавоб. } (-1; 2)$$

541. Дар муодилаҳои зерин як номаълумро ба воситаи номаълуми дигар ифода кунед:

- | | |
|-------------------|-------------------------------------------|
| a) $x + y = 5;$ | e) $9x - 4y = 2;$ |
| б) $x - y = 7;$ | ж) $0,5x + y = 1;$ |
| в) $x + 2y = 1;$ | з) $2x + 0,7y = 4;$ |
| г) $2x + y = 4;$ | к) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + 1 = 0;$ |
| д) $3x + 2y = 5;$ | л) $\frac{3}{2}x + \frac{4}{7}y - 5 = 0.$ |

Системаи муодилаҳои машқҳои 542-552 -ро бо тарзи гузориш ҳал кунед:

542. а) $\begin{cases} 2x = 5, \\ 3x - 2y = 3; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} 9x + 11y = 1, \\ y = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 4x + 5y = 2, \\ 5y = 0,5; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = -3, \\ 15x - 14y = 59. \end{cases}$

543. а) $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3x + 2y = 12; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} 3x + 4y = 1, \\ x - 2y = -3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x + y = 9, \\ 4x + 3y = 21; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} 5x - 6y = -2, \\ x + 3y = -13. \end{cases}$

544. а) $\begin{cases} x + y = 9, \\ x - y = 1; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x + y = 7, \\ x - 3y = 25; \end{cases}$

6) $\begin{cases} x + y = 6, \\ 2x + 3y = 16; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y = 36, \\ 2x = -20y. \end{cases}$

545. а) $\begin{cases} x + 3y = 3, \\ x - 3y = 21; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ 4x + 7y - 11 = 0; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 7p - 4q = 17, \\ 11p + 2q = 20,5; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5p + 7q + 6 = 0, \\ 15p + 3q + 18 = 0. \end{cases}$

546. а) $\begin{cases} 3a + 4b = 6, \\ 6a + 8b = -5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} a + b - 1 = 0, \\ 3a + 3b - 9 = 0; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 0,3a - 2b = 0,3, \\ 0,6a - 4b = 0,6; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 0,1a + 0,3b - 0,7 = 0, \\ 0,3a + 0,9b - 2,1 = 0. \end{cases}$

547. а) $\begin{cases} 3(u - 2v) + 6v = 9, \\ 4(u + 3v) - 4u = 24; \end{cases}$

б) $\begin{cases} u + 2v = 3(u - v), \\ 2(u + 3v) = 11v - 1; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5(u + v) + 4 = 0,5(u + v), \\ 3(u + v) + 1 = 2(u + v). \end{cases}$

548. а) $\begin{cases} x + \frac{1}{2}(x + z) - 1 = 12, \\ \frac{1}{2}z - \frac{1}{4}(x + z) = \frac{3}{4}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{1}{2}(z + 1) = 2, \\ \frac{1}{3}(z + 3) - \frac{1}{2}(x + 1) = -4; \end{cases}$

6) $\begin{cases} \frac{1}{2}(x + z) - \frac{1}{3}(x - z) = 4, \\ \frac{1}{8}(x + z) + \frac{1}{2}(x - z) = 5; \end{cases}$

г) $\begin{cases} \frac{1}{3}(x - z) + \frac{1}{4}(x + z) = 3, \\ \frac{1}{9}(x - z) + \frac{1}{3}(x + z) = 1. \end{cases}$

549. а) $\begin{cases} \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 9, \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{5} = 12; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{6x-y}{3} - x = 5, \\ \frac{4y-7x}{3} - \frac{1}{2}y = -3; \end{cases}$

$$6) \begin{cases} \frac{3x+y}{10} - \frac{x-y}{4} = 3, \\ \frac{3x-y}{7} - \frac{4x+3y}{4} = -19; \end{cases} \quad r) \begin{cases} \frac{3x-y}{3} - 4 = y+1, \\ \frac{4x+8}{4} = \frac{y-2}{3} - 7. \end{cases}$$

$$550. \text{ a)} \begin{cases} 0,1x + 0,2y = 3 - 0,4x, \\ 1,5x - 2,5y = 3 - \frac{1}{2}y; \end{cases} \quad b) \begin{cases} 1,3x + 1,5y = 2,8, \\ 1,7x - 1,3y = 0,4; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 0,4(x+y) + 0,3(x-y) = 2, \\ 1,6(x-y) - 0,2(x+y) = 0,5; \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} 0,1(2x-y) + 0,2(4x-0,45y) = 3, \\ 3(0,5x-3y) - (0,5x-8y) = 4. \end{cases}$$

$$551. \text{ a)} \begin{cases} 6y - 5x = 4, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y+1}{5} = 5; \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{3x+2y}{2} + \frac{x-3y}{5} = 3, \\ 7x + 2y - 12 = 0; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x+2y}{5} + \frac{3x-y}{3} = 5, \\ 3x - 5y = -3; \end{cases} \quad r) \begin{cases} \frac{4x+1}{7} - \frac{5x-y}{7} = -1, \\ 10x + 15y = 5. \end{cases}$$

$$552. \text{ a)} \begin{cases} \frac{7x-15y}{5} = \frac{4x+y}{11}, \\ \frac{x-4y}{3} = \frac{3x-4y}{2}; \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{8} = 2, \\ \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{4} = 0; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2x-y}{6} + \frac{2x+y}{5} = 3 \\ \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 1\frac{1}{2}; \end{cases} \quad r) \begin{cases} \frac{x+5-5y}{21} = \frac{3x+4y+3}{-7}, \\ \frac{9+3x-y}{5} = \frac{4x+3y-8}{3}. \end{cases}$$

41. Бо тарзи чамъкуй ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума

Бо тарзи чамъкуй ҳал кардани системаи ду муодилаҳои дуномаълумаро бо мисолҳо баён мекунем.

Мисоли 1. Бигзор системаи муодилаҳои зерин дода

$$\begin{array}{l} \text{шуда бошад: } \\ \left\{ \begin{array}{l} 4x - 5y = 14, \\ 7x + 5y = -3. \end{array} \right. \end{array} \quad (1)$$

Онро аввал бо тарзи гузориш ҳал мекунем. Бо ин мақсад аз муодилаи якум тағийирёбандай у-ро ба воситаи x ифода мекунем ва ин ифодай барои у ҳосил кардаамонро баҷои у дар муодилаи дуюм мегузорем:

$$\begin{aligned} y &= \frac{4x - 14}{5}; \quad 7x + 5 \cdot \frac{4x - 14}{5} = -3, \\ 7x + 4x &= 14 - 3, \end{aligned} \quad (2)$$

$$11x = 11, \quad x = 1 \text{ ва } y = \frac{4 \cdot 1 - 14}{5} = \frac{-10}{5} = -2.$$

Мо метавонистем, ки муодилаи (2)-ро бо тарзи узв ба узв чамъ кардани ҳарду муодилаҳои системаи (1) ҳосил кунем:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} 4x - 5y = 14, \\ 7x + 5y = -3; \end{array} \right. &\quad \begin{array}{l} 4 \cdot 1 - 5y = 14, \\ -5y = -4 + 14 \end{array} \\ 4x + 7x - 5y + 5y &= 14 - 3, \quad -5y = 10, \\ 4x + 7x &= 14 - 3 \quad y = -2. \end{aligned}$$

(ин муодилаи (2) аст.)

$$11x = 11, \quad x = 1 \quad \text{Чавоб. } (1;-2)$$

Ҳамин тарзи ҳалро *тарзи чамъкуй* мегӯем.

Ҳамин тарик, агар коэффициентҳои назди ягон номаълуми системаи муодилаҳои хаттий ададҳои бо ҳамдигар муқобил бошанд, ин системаи муодилаҳоро бо тарзи чамъкуй ҳал кардан осон аст. Агар коэффициентҳо гуногун бошанд низ тарзи чамъкуй равост.

Мисоли 2. $\begin{cases} 3x + 7y = 15, \\ 2x + 5y = 11. \end{cases}$

Харду тарафи муодилаи якумро ба 2 ва ҳарду тарафи муодилаи дуюмро ба -3 зарб карда системаи муодилаҳоеро соҳиб мешавем, ки дар он коэффицентҳои назди тагийирёбандай x ададҳои ба ҳамдигар муқобил мешаванд. Тарзи ҳалро ин тавр менависем:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 3x + 7y = 15, \\ 2x + 5y = 11; \end{array} \right. | \begin{array}{l} 2 \\ -3 \end{array} \quad \quad \quad \left\{ \begin{array}{l} 6x + 14y = 30, \\ -6x - 15y = -33; \end{array} \right. \\ \hline -y = -3, \\ y = 3 \end{array}$$

$$2x + 5 \cdot 3 = 11, \quad 2x = -4, \quad x = -2.$$

Системаи муодилаҳои машқҳои 553-559-ро бо тарзи чамъқунӣ ҳал кунед.

553. a) $\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y = 1; \end{cases}$

$$6) \begin{cases} x + y = 11, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

554. a) $\begin{cases} x + 4y = 17, \\ -x + 3y = 11; \end{cases}$

$$6) \begin{cases} 4x + 3y = 8, \\ 7x + 3y = 14; \end{cases}$$

555. a) $\begin{cases} 8x + 5y = 5, \\ -4x - 3y = 7; \end{cases}$

$$6) \begin{cases} 3x + 5y = 17, \\ 7x + 10y = 9; \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 2x + 7y = 14, \\ 6x - 7y = 6; \end{cases}$$

$$\Gamma) \begin{cases} 3x + 4y = 5, \\ -3x + y = 10. \end{cases}$$

b) $\begin{cases} -2x - 5y = 7, \\ 4x - 5y = 1; \end{cases}$

$$\text{r) } \begin{cases} 6x - 7y = 15, \\ 6x + 7y = 21. \end{cases}$$

b) $\begin{cases} 4x + 11y = 9, \\ -8x - 22y = -18; \end{cases}$

$$\text{r)} \begin{cases} 13x - 16y = 12, \\ -13x + 16y = -2. \end{cases}$$

- 556.** а) $\begin{cases} 3x + 4y = 7, \\ 4x + 5y = 9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6x + 5y = 46, \\ 11x - 3y = 27; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} 13x - 14y = 15, \\ -16x + 17y = 18; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -19x + 21y = 23, \\ 20x - 22y = 24. \end{cases}$
- 557.** а) $\begin{cases} 12u - 5t = 51, \\ u - \frac{1}{4}t = 2\frac{1}{4}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{u}{4} + \frac{t}{2} = 5, \\ \frac{3u}{2} - \frac{3t}{8} = 3; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} \frac{1}{7}u - \frac{1}{5}t = 0, \\ 2u + 3t = 145; \end{cases}$ г) $\begin{cases} u - \frac{3}{4}t = 5, \\ \frac{2}{3}u - \frac{4}{5}t = 6. \end{cases}$
- 558.** а) $\begin{cases} 0,3a + 0,4b = 7, \\ 0,9a + 0,7b = 16; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{3}{5}a - \frac{2}{15}b = 4, \\ 0,3a + 0,4b = 9; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} 1,1a + 3,2b = 11, \\ 3,3a - 6,4b = 5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 1,4a + 1,6b = 3, \\ 14,1a - 9,6b = 4,5. \end{cases}$
- 559.** а) $\begin{cases} \frac{2-m}{3} - \frac{3+2n}{4} = 2,25, \\ -0,4m + 0,6n = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{3m-n}{2} - \frac{4m+3n}{3} = 0, \\ 1,7m - 0,4n = 2. \end{cases}$
- 560.** Ададҳои a ва b чунон интихоб карда шаванд, ки
системаи муодилаҳои
- $$\begin{cases} x + y = 7, \\ ax + 2y = b \end{cases}$$
- 1) ҳалли ягона дошта бошад;
 - 2) ҳалҳои бешумор дошта бошад;
 - 3) ҳал надошта бошад.

42. Тарзи графикии ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума

Фарз мекунем, ки системаи муодилаҳои хаттии зеринро ҳал кардан лозим аст:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 7x + 5y = -4. \end{cases} \quad (1)$$

Аз ҳардуи муодилаҳои система у-ро ба воситаи x ифода мекунем. Дар натиҷа системаи муодилаҳои ба системаи (1) баробаркувваи зерин ҳосил мешавад:

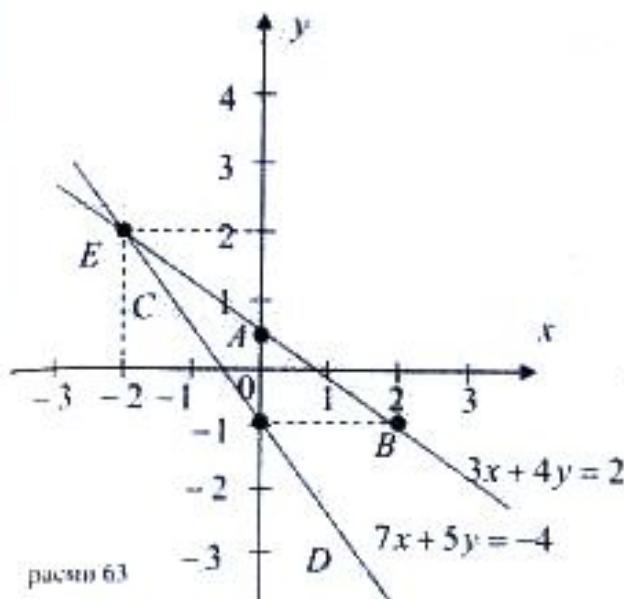
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}, \\ y = -\frac{7}{5}x - \frac{4}{5}. \end{cases} \quad (2)$$

Чӣ хеле, ки мебинем, ҳарду муодилаҳои система намуди функцияи хаттии $y = kx + b$ -ро гирифт. Мо медонем, ки графики функцияи хаттӣ хати рост аст. Аз ин рӯ, графики муодилаи якум хати рости AB ва графики муодилаи дуюм хати рости CD мешавад (расми 63). Координатаҳои нуктаҳои хати рости AB ҳалҳои муодилаи якуми система ва координатаҳои нуктаҳои хати рости CD ҳалҳои муодилаи дуюми система мешаванд. Пас, координатаҳои нуктаи $E(-2; 2)$, ки ба ҳардуи хатҳои рост тааллук дорад, ҳардуи муодилаҳои системаро қаноат мекунонанд, яъне ададҳои $x = -2$, $y = 2$ ҳалли системаи муодилаҳои (1) мебошанд. Дар ҳақиқат, ин қиматҳоро ба муодилаҳои система гузорем, баробарихои дуруст ҳосил мешаванд:

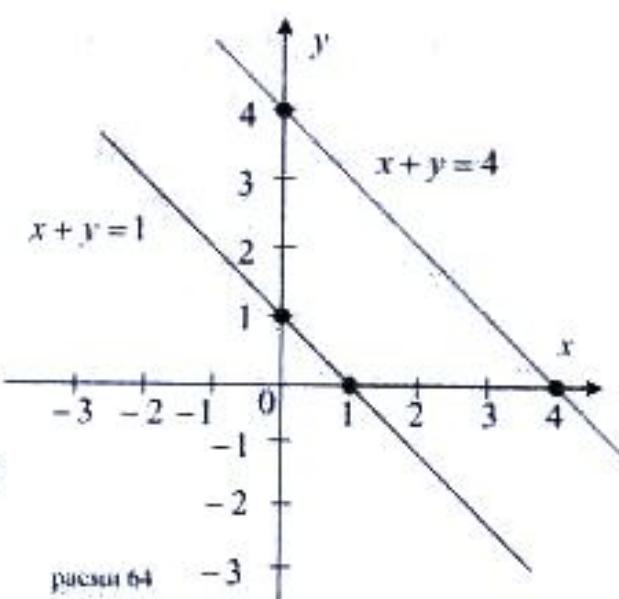
$$3 \cdot (-2) + 4 \cdot 2 = 2,$$

$$7 \cdot (-2) + 5 \cdot 2 = -4.$$

Инак, агар графикҳои муодилаҳои хаттӣ ҳамдигарро дар ягон нукта буранд, координатаҳои нуктаи буриш ҳалли системаи мазкур мешаванд ва ин ҳал ягона аст. Агар графикҳо ҳамдигарро набуранд, яъне хатҳои рост параллел бошанд,



расми 63



расми 64

системаи муодилаҳо ҳал надорад.

Масалан,

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ x + y = 4. \end{cases} \quad (3)$$

Графики муодилаҳои ин система месозем (расми 64). Аён аст, ки онҳо ба ҳамдигар параллеланд. Мо шарҳи геометрии ҳал надоштани системаи муодилаҳои хаттиро баён намудем ва метавонем шарҳи алгебравии онро низ биоварем. Барои мисол системаи зерини муодилаҳоро муоина мекунем:

$$\begin{cases} 0,5x + 0,5y = 1, \\ 2x + 2y = 5. \end{cases} \quad (4)$$

Азбаски ҳам тарзи гузориш ва ҳам тарзи чамъкуниӣ ба ҳамон як натиҷа меоваранд, бинобар ин яке аз онҳо, масалан тарзи чамъкуниро татбиқ менамоем. Бо ин мақсад ҳарду тарафи муодилаи якуми системаи муодилаҳои (4)-ро ба -4 зарб мекунем, то ки коэффициентҳои ба ҳамдигар муқобили назди тағйирёбандаи системаи муодилаҳо ҳосил шаванд.

Дар натиҷа ба системаи зерини муодилаҳо соҳиб

мешавем:

$$\begin{cases} -2x - 2y = -4, \\ 2x + 2y = 5. \end{cases} \quad (5)$$

Ҳарду муодилаҳои системаи (5)-ро узв ба узв чамъ карда, ба баробарии нодурусти $0=1$ соҳиб мегардем. Ин Мухолифат нишонаи ҳал надоштани системаи муодилаҳои (4) мебошад.

Ҳамин тарик, графикҳои муодилаҳои ин ё он системаи муодилаҳои хаттиро насохта ҳам ҳал надоштани онро нишон додан мумкин аст.

Агар графикҳои ҳарду муодилаҳои системаи муодилаҳои хаттий ҳамчоя шаванд, он гоҳ ин системаи муодилаҳо соҳиби ҳалҳои бешумор аст. Барои мисол системаи зерини муодилаҳоро аз назар мегузаронем:

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x + 2y = 2. \end{cases} \quad (6)$$

Ҳар ду тарафи муодилаи дуюми системаи муодилаҳои (6)-ро ба 2 тақсим мекунем:

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ x + y = 1. \end{cases} \quad (7)$$

Чӣ хеле, ки мебинем, ҳар ду муодилаҳои охирии якхеланд ва графики онҳо як хати ростро тасвир мекунад. Аз ин рӯ, координатаҳои ҳар як нуқтаи ин хати рост ҳарду муодилаҳои системаи муодилаҳои (6)-ро қаноат мекунонанд. Азбаски хати рост миқдори бешумори нуқтаҳоро дорад, бинобар ин миқдори ҳалҳои системаи муодилаҳои (6) ҳам бешумор аст.

Ҳамин тарик, агар яке аз муодилаҳои системаи муодилаҳои ҳаттии дуноъмалума натиҷаи муодилаи дигари ин системаи муодилаҳо бошад, он гоҳ мавҷудияти ҳалҳои бешумор ногузир аст.

561. Оё ҷуфти ададҳои $(1; -2)$ ҳалли системаи муодилаҳои зерин мешавад?

a) $\begin{cases} x - 3y = 7, \\ 4x + 5y = -6; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ x + 4y = -7; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ 3x + y = 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y = -3, \\ 3x + 2y = 1. \end{cases}$

562. Координатаҳои нуқтаи буриши графики функцияҳои $x + 2y = 3$, $2x - y = 1$ -ро ёбед.

Системаи муодилаҳои зеринро бо тарзи графикӣ ҳал намоед:

563. а) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - y = 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x + y = 4, \\ 3x + y = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - 2y = 5, \\ 2x - 4y = 10; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2x + y = 10, \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$

564. Микдори ҳалҳои системаи муодилаҳои зеринро нишон дихед:

а) $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ x + \frac{1}{2}y = 2; \end{cases}$

д) $\begin{cases} 3x = 3, \\ 3x + y = 10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - 3y = 2, \\ 2x - 6y = 4; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ 2y = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 5, \\ y = 5; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} -x + 2y = 5, \\ x - 2y = -2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y = 5, \\ 2x + y = 10; \end{cases}$

з) $\begin{cases} 2x - 3y = -2, \\ 4x - 6y = -5. \end{cases}$

565. Графики муодилаҳоро насохта, нишон дихед ки системаи муодилаҳо ҳал надорад:

а) $\begin{cases} 5x + 9y = 27, \\ 10x + 18y = 55; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - y = 4, \\ 2000x - 2000y = 1000; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 470x + 50y = 71, \\ 47x + 5y = 8; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y = 4, \\ 2x - 2y = 1. \end{cases}$

566. Оё чуфти ададҳои $(1; -3)$ ҳалли системаи муодилаҳои зерин мешавад?

а) $\begin{cases} x + y = -2, \\ 2x - y = 5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = -2, \\ 2x - 3y = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - y = 4, \\ x + 3y = -8; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5x + 2y = -2. \end{cases}$

567. Системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълумаеро тартиб ҳиҳед, ки он ҳалли $(-2; 4)$ -ро дошта бошад.

568. Системаи муодилаҳои зеринро бо тарзи графикӣ ҳал намоед:

а) $\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 4x - y = 10; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2x + 3y = 9, \\ 5x - 3y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x - 2y = 4, \\ 3x + y = 9; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + 2y = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = -1; \end{cases}$

е) $\begin{cases} 0,5x + \frac{1}{2}y = 4, \\ x + y = 9. \end{cases}$

569. Якчанд ҳалҳои системаи муодилаҳоро ёбед:

а) $\begin{cases} x + 3y = 4, \\ 3x + 9y = 12; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x - 2y = 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x + 3y = 15; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x = 4, \\ y = 3. \end{cases}$

43. **Бо ёрии системаи муодилаҳои хаттӣ ҳал кардани масъалаҳо**

Масъалаҳои зиёдеро вомехӯрем, ки онҳоро бо ёрии тартиб додани системаи ду муодилаҳои дуномаълума ҳал кардан осонтар аст, агарчи аксари онҳоро бо ёрии муодилаҳои якномаълума ҳал кардан мумкин мебуд.

Масъалаи 1. Аз ду киштзор, ки масоҳаташон 15 га ва 12 га аст, 411 сантнер галла гундоштанд. Агар ҳосилнокии ҳар як гектари майдони якум назар ба ҳосилнокии майдони дуюм 4 сантнер зиёд бошад, ҳосилнокии ҳар яке аз ин майдонҳо чӣ қадарӣ буд?

Ҳа л. Фарз мекунем, ки ҳосилнокии майдони якум аз ҳар як гектар x сантнер ва ҳосилнокии майдони дуюм аз ҳар як гектар y сантнер буд. Он гоҳ аз майдони якум $15x$ сантнер ва аз майдони дуюм $12y$ сантнер ҳосил гундоштанд, ки суммаи

ондо ба 411 баробар аст, яъне

$$15x + 12y = 411. \quad (1)$$

Мувофиқи шарти масъала

$$x = y + 4 \quad (2)$$

мешавад, ки ҳардуй ин муодилаҳоро ба як система муттаҳид карда, ҳал мекунем, зеро тағиирёбандаҳои x ва y дар ҳардуй муодила ҳам ҳамон як қиматро соҳибанд:

$$\begin{cases} 15x + 12y = 411, \\ x = y + 4; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 137, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 137, \\ 4x - 4y = 16; \end{cases}$$

$$9x = 153, \quad x = 17; \quad 17 = y + 4, \quad y = 13.$$

Агар қимати x -ро аз муодилаи дуюми системаи (3) ба муодилаи якуми он мегузоштем, $15(y+4) + 12y = 411$ ҳосил мешуд, ки аз он $y=13$ ва баъд $x=17$ -ро мейфтем.

Ҷавоб. 17 сент., 13 сент.

Ин масъала тарзи арифметикии ҳалро низ доро аст.

Агар ҳосилнокии майдони якум ба ҳосилнокии майдони дуюм баробар мешуд, он гоҳ ба микдори $15 \cdot 4 = 60$ сентнер камтар ҳосил мегундоштанд, яъне 411 сентнер нею 351 сентнер ҳосил мегундоштанд. Азбаски тамоми киштзор $15+12$, яъне 27 га аст, ҳосили ҳар як гектар ба 351:27, яъне ба 13 сентнер баробар мешуд, ки ин аслан ҳосилнокии майдони дуюм аст. Пас, ҳосилнокии майдони якум ба $13+4$ яъне ба 17 сентнер баробар мешуд.

М а съ а л а и 2. Касреро ёбед, ки он ҳангоми 5 воҳид зиёд шудани сураташ ба 2 ва 1 воҳид кам шудани маҳраҷаш ба 1 баробар шавад.

Ҳа л. Фарз мекунем, ки сурати каср x ва маҳраҷаш у аст. Он гоҳ мувофиқи шарти масъала ба системаи зерини муодилаҳо соҳиб мешавем ва онро ҳал менамоем:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+5}{y} = 2, \\ \frac{x}{y-1} = 1; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x+5 = 2y, \\ x = y-1; \end{array} \right. \quad + \left\{ \begin{array}{l} x+5 = 2y, \\ -x = -y+1, \end{array} \right. \\ \hline 5 = y+1, \\ y = 4, \\ x = 3. \end{array}$$

Чавоб. $\frac{3}{4}$.

Масъала и 3. Адади дурақамае ба сечандай суммай рақамхояш барбар аст. Ба он адади 45-ро чамъ кунем, адади дурақамае ҳосил мешавад, ки ҳангоми чой иваз кунонидани рақамхояш он адади авваларо медихад. Ин кадом аст?

— **Ҳал.** Тарзиякум. Адади дурақамаи матлубро бо xy ишорат мекунем. Он гоҳ мувофиқи шарти масъала дорон системай муодилаҳои зерин мешавем:

$$\begin{cases} \overline{xy} = 3(x+y), \\ \overline{xy} + 45 = \overline{yx}; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 10x + y = 3x + 3y, \\ 10x + y + 45 = 10y + x; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x - 2y = 0, \\ 9x - 9y = -45; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 2y = 0, \\ x - y = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x - 2y = 0, \\ -2x + 2y = 10; \end{cases}$$

$$5x = 10, \quad x = 2; \quad 2 - y = -5, \quad y = 7.$$

Ҳамин тарик, адади матлуб 27 будааст.

Тарзидуюм. Фақат муодилаи якуми системай муодилаҳои (4)-ро муоина мекунем, ки аз он $7x=2y$ ҳосил мешавад. Аз ин баробарӣ пай мебарем, ки у ба 7 тақсим мешавад, пас, у ё ба 0 ё ба 7 баробар аст. Агар $y=0$ бошад, он гоҳ $x=0$ мешавад, ки ин гайри имкон аст. Пас, $y=7$ мавриди муоина мебошад. Агар $y=7$ бошад, $x=2$ мешавад ва адади

матлуб 27 аст, ки он аз санчиш мегузарад, яъне $27=3(2+7)=27$
Ҳамин тарик, муодилаи дуюми системаи (4) нодаркор шуда
монд, яъне кисми дуюми шарти масъала зиёдатӣ буда аст.

Ҷавоб. 27.

Масъала и 4. Ду сайёҳ аз ду диёр, ки масофаашон 57 км аст, дар як вақт рӯ ба рӯи ҳамдигар ба роҳ баромада, байди 6 соат воҳурданд. Агар сайёҳи якум назар ба сайёҳи дуюм 3 км зиёдтар роҳ тай карда бошад, суръати ҳаракати сайёхонро ёбед.

Ҳал. Тарзи якум. Фарз мекунем, ки сайёҳи якум дар 6 соат x км роҳ тай кард. Он гоҳ роҳи дар ин муддат тай кардаи сайёҳи дуюм $(x-3)$ км мешавад, ки ҳардуи ин масофа дар якчоягӣ 57 км аст, яъне $x+(x-3)=57$ ва $x=30$ км мебарояд ва $x-3=30-3=27$ яъне сайёҳи дуюм 27 км роҳ тай карда аст. Пас, суръати сайёҳи якум 30 км : 6 соат = 5 км/соат ва суръати сайёҳи дуюм 27 км : 6 соат = 4,5 км/соат буда аст.

Тарзи дуюм. Фарз мекунем, ки роҳи дар 6 соат тай кардаи сайёҳи дуюм x км аст. Он гоҳ роҳи дар ин муддат тай кардаи сайёҳи якум $(x+3)$ км мешавад ва $(x+3)+x=57$, $x=27$, $x+3=30$ ва давомаш мисли дар тарзи якум баён шуда ҷараён мегирад.

Тарзи сеюм. Фарз мекунем, ки суръати ҳаракати сайёҳи якум ба суръати ҳаракати сайёҳи дуюм баробар аст. Он гоҳ ҳарду сайёҳ, $57-3=54$ яъне 54 км роҳ тай мекарданд, ки нисфи он 27 км мешавад. Пас, сайёҳи дуюм 27 км ва сайёҳи якум 30 км роҳ тай карда аст. Давоми ҳал ба мо маълум аст.

Тарзи чорум. Фарз мекунем, ки суръати ҳаракати сайёҳи дуюм ба суръати ҳаракати сайёҳи якум баробар аст. Он гоҳ ҳарду сайёҳ $57+3=60$, яъне 60 км роҳ тай мекарданд, ки нисфи он 30 км мешавад. Пас, сайёҳи якум 30 км ва сайёҳи дуюм 27 км роҳ тай карда аст. Давоми ҳал ба мо ошност.

Тарзи панҷум. Фарз мекунем, ки суръати ҳаракати сайёҳи якум x км/соат ва суръати ҳаракати сайёҳи дуюм y км/соат аст. Он гоҳ сайёҳи якум масофаи $6x$ км ва сайёҳи дуюм масофаи бу км-ро тай карда аст, ки дар сумма ба 57 км баробар мешавад, яъне $6x+6y=57$, ё ки $2x+2y=19$.

Азбаски масофаи тай кардаи сайёхи якум назар ба рохи тай кардаи сайёхи дуюм 3 км зиёд аст, бинобар ин фарки ин масофаҳо ба 3 км баробар мешавад, яъне

$$6x - 6y = 3, \quad \text{ё ки,} \quad 2x - 2y = 1.$$

Пас, мо соҳиби системаи муодилаҳои зерин мешавем:

$$+ \begin{cases} 2x + 2y = 19, \\ 2x - 2y = 1; \end{cases}$$

$$4x = 20,$$

$$x = 5$$

$$2 \cdot 5 - 2y = 1, \quad y = 4,5.$$

Та рзи шашум. Мувофиқи шарти масъала сайёхи якум дар 6 соат назар ба сайёхи дуюм 3 км зиёдтар роҳ тай кардаст, ки ин ба ҳар як соат 0,5 километрӣ рост меояд, яъне суръати сайёхи якум назар ба суръати сайёхи дуюм 3 км:6 соат = 0,5 км/соат зиёд аст. Агар суръати сайёхи дуюмро бо x км/соат ишорат кунем, он гоҳ суръати сайёхи якум ба $(x+0,5)$ км/соат баробар мешавад. Дар ин сурат масофаи дар 6 соат тайкардаи сайёхи якум ба $(x+0,5) \cdot 6$ км ва масофаи тайкардаи сайёхи дуюм ба $x \cdot 6$ км баробар мешавад, ки онҳо дар якчоягӣ 57 километрро ташкил медиҳанд, яъне $(x+0,5)6 + x \cdot 6 = 57$.

Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$12x + 3 = 57, \quad 12x = 57 - 3, \quad x = 54 : 12, \quad x = 4,5.$$

Ҳамин тарик, суръати сайёхи дуюм 4,5 км/соат ва суръати сайёхи якум $(4,5 + 0,5)$ км/соат = 5 км/соат будааст.

Чавоб. 5 км/соат; 4,5 км/соат.

570. Суммаи ду адад ба 1,6 ва фарки онҳо ба 13,6 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

571. Суммаи ду адад ба 2 баробар аст. Агар сечандай адади якумро ба дучандай адади дуюм чамъ кунем, адади 7 ҳосил мешавад. Ин ададҳоро ёбед.

572. Як кунчи секунча ба 45° ва фарки ду кунҷҳои бокимонда ба 35° баробар аст. Бузургии ҳар як кунчи секунчаро муайян кунед.

573. Периметрии росткунча ба 80 см ва фарқи тарафхояш ба 14 см баробар аст. Тарафҳои росткунчаро ёбед.

574. Бензини дар 3 соат сарф кардаи мошини сабукравро мошини боркаш дар ду соат сарф мекунад. Агар чоряки бензини дар 2 соат якҷоя сарф кардаи ҳарду мошина 10 л бошад, ҳар қадом мошина дар як соат чанд литрӣ бензин сарф мекунад?

575. Ду килограмм биринҷ ва як килограмм орд 1,3 сомонӣ ва 3 кг биринҷ ва 2 кг орд 2,1 сомонӣ нарҳ дорад. Нархи ҳар як килограмм биринҷ ва 1 кг ордро муайян кунед.

576. Аз ду навъ матоъ 12 м ҳарида, 40,2 сомонӣ доданд. Нархи 1 м матоъи навъи якум 3 сомонӣ ва 1 м матоъи навъи дуюм 3,6 сомонӣ аст. Муайян кунед, ки аз ҳар навъи матоъ чанд метрӣ ҳариданд?

577. Барои 10 дона дафтари ручка 700 сӯм доданд. Агар ручка 50 сӯм ва дафтари 100 сӯм нарҳ дошта бошад, аз ҳар қадоми онҳо чанд донагӣ ҳариданд? Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал намоед.

578. Касреро ёбед, ки ҳангоми 2 воҳид зиёд шудани сураташ ба 1 ва ҳангоми 2 воҳид кам шудани маҳраҷаш низ ба 1 баробар шавад.

579. Суммаи ду адад ба 120 баробар аст. Агар 40%-и адади якум ба 60%-и адади дуюм баробар бошад, ин ададҳоро ёбед.

580. 150 кг наску лубиё кишт карданд. Ҳосили лубиё назар ба тухмӣ 16 маротиба ва наск 12 маротиба зиёд шуда, ҷамъ 2080 кг дон гирифтанд. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал карда, ёбед, ки чанд килограмм лубиё ва чанд килограмм наск кишт карда будаанд.

581. Ду росткунча дода шудааст. Асоси яке аз онҳо 6 см, асоси дигараш 3 см дарозӣ дорад ва масоҳати якҷояи онҳо ба 42 см^2 баробар аст. Агар баландии росткунчаҳоро тағиیر надода, асоси росткунчай якумро 2 маротиба ва асоси росткунчай дуюмро 1 см зиёд кунем, он гоҳ суммаи масоҳатҳои онҳо 30 см^2 зиёд мешавад. Баландии росткунчаҳоро ёбед.

582. Агар ба рафи дуюми китобмонӣ дучандай китобҳои рафи якумро гузорем, он гоҳ китобҳои рафи дуюм назар ба китобҳои рафи якум 3 маротиба зиёд мешавад. Агар аз рафи дуюм 15 китобро гирифта, ба рафи якум гузорем, он гоҳ китобҳои рафи якум назар ба китобҳои бокимондаи рафи дуюм 2 маротиба зиёд мешавад. Миқдори аввалии китобҳои ҳар як рафро ёбед.

583. Аз макони *A* ба сӯи макони *B*, ки масофаи байнашон 16 км аст, сайёҳе ба роҳ баромад. Пас аз 1 соат аз макони *B* ба сӯи макони *A* сайёҳи дигаре ба роҳ баромад, ки онҳо байди 1 соату 30 дакиқа воҳӯрданд. Агар онҳо дар як вакт ба роҳ мебаромаданд, байди 2 соат вомехӯрданд. Суръати сайёҳонро якхела ҳисобида, онро ёбед. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.

584. Суръати қаики мотордор ба рафти ҷараёни об 21 км/соат ва ба муқобили ҷараён 15 км/соат аст. Суръати ҷараёни об ва суръати қаикро дар оби ором ёбед. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал намоед.

585. Ду ададеро ёбед, ки суммаи онҳо ба 273 ва нисбаташон ба 12 баробар бошад.

586. Ду адад чун $4 : 9$ нисбат доранд ва фарқашон ба 68 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед. Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.

587. Аз 11 метр матоъ 1 чойпӯш ва 2 ҷилди курпа дӯхтанд. Агар аз ин микдор матоъ 3 чойпӯш ва 1 ҷилди курпа дӯхтаи мумкин бошад, барои дӯхтани як чойпӯш ва як ҷилди курпа ҷанд метрӣ матоъ сарф мешавад?

588. Барои харидани 2 шим ва 3 курта 10,6 сомонӣ пул доданд. Агар барои 2 шим назар ба 3 курта 20 дирам камтар пул додан мумкин бошад, нархи шим ва нархи куртаро муайян кунед.

589. Адади дурақамае ба дучандай суммаи рақамҳояш баробар аст. Агар ба ин адад 63-ро ҷамъ кунем, адади дурақамае ҳосил мешавад, ки ҳангоми ҷойиваз кунонидани рақамҳояш он ба адади аввали баробар мешавад. Ин ададро ёбед. Оё масъала шарти зиёдати дорад? Кадом аст он шарт?

590. Суммаи ракамҳои адади дуракама ба 5 баробар аст. Агар ин адади дуракамаро ба 7 зарб карда, аз ҳосили зарб адади дуракамаи бо ҳамон ракамҳо, вале ба тартиби барьакс навишта шударо тарҳ кунем, фарқ ба 273 баробар мешавад. Адади дуракамаро ёбед. Оё масъала шарти зиёдатӣ дорад?

591. Аз 60 метр матоъ 10 куртai занона ва 20 куртai бачагона дӯхтанд. Агар барои як куртai бачагона назар ба як куртai занона 2 маротиба кам матоъ сарф шавад, барои як куртai занона чанд метр матоъ сарф мешуда аст? Масъаларо бо тарзҳои гуногун ҳал кунед.

592. Аз шаҳри *A* ба сӯи шаҳри *B*, ки масофаи байнашон 540 км аст, поезди боркаш ба роҳ баромад. Пас аз 3 соат аз шаҳри *B* ба сӯи шаҳри *A* поезди мусофирикаш равона шуда, байди 2 соату 40 дакиҷа бо поезди якум воҳӯрд. Агар онҳо дар як вакт ба роҳ мебаромаданд, байди 4 соат вомехӯрданд. Суръати поездҳоро ёбед.

593. Микдори даҳихои адади дуракама аз микдори воҳидҳояш 6 воҳид зиёд аст. Агар аз ин адад 54-ро тарҳ кунем, адади дуракамаи бо ҳамон ракамҳо, вале ба тартиби барьакс навишта шуда, ҳосил мешавад. Адади дуракамаро ёбед. Оё масъала шарти зиёдатӣ дорад? Масъала ба чанд ҳал соҳиб аст?

Маълумоти таъриҳӣ

Диофант натанҳо системаи муодилаҳои хаттӣ, балки системаи муодилаҳои гайрихаттиро ҳам ҳал карда метавонистааст, ки гувоҳаш масъалаи зерин аст:

Ду ададеро ёбед, ки суммаи онҳо ба 20 ва суммаи квадратҳои онҳо ба 208 баробар бошад (ҳалланг: ададҳои 8 ва 12)

Математикҳои Хитой ҳам 2000 сол пеш аз ин системаи муодилаҳои хаттиро ҳал карда тавонистаанд, ки намунааш ин аст:

Дар қафас чӣ қадар тазарв (мурги даштӣ) ва ҳарғӯш нигоҳ дошта мешавад, ки агар сарҳои онҳо 35-то ва пойҳояшон 94-то бошад? (Ҳаллаш: 23-то тазарв ва 12 –то ҳарғӯш).

Юнониҳои қадим низ масъалаҳоеро ҳал мекарданд,

ки онхо ба ҳал кардани системай муодилаҳо оварда мерасонанд.

Масалан:

Хару хачир борҳои вазнинро меоварданд. Ҳар гила карда ба хачир гуфт:

- бори ман вазнин аст.

Хачир ба вай ҷавоб дода гуфт:

- Ҷӣ гила мекунӣ? Агар ман як ҳалтаи бори туро гирам, он гоҳ бори ман ду баробари бори ту мешавад. Агар ту як ҳалтаи бори маро гирий, он гоҳ борҳоямон баробар мешавад.

Хару харчир чанд ҳалтагӣ бор меоварданд?

(Ҳаллаш: 5 ва 7 ҳалтагӣ).

Методи координатаҳои декартӣ имконият дод, ки аз нукта ба ҷуфти агадҳо, аз ҳат ба муодила, аз ҳандаса ба алгебра гузашта шавад. Аз тарафи Р.Декарт доҳил карда шудани координатаҳои таҷиҷирӯбандана имконият дод, ки дар муодилаи $ax + by = c$ ҳарфҳои x ва y на ҳамчун номаълумҳо, балки ҳамчун таҷиҷирӯбандахо муоина карда шаванд. Маҳз ба туфайли ҳамин кор ба ҳар як ҳати рост дар ҳамвории координатӣ муодилаи ҳаттии $ax + by = c$, ки дар ин ҷо ақалан адади a ё адади b гайринолианд, мувоғиқат мекунад. Вобаста ба ҳамин тарзи графикии ҳал кардани системай муодилаҳои ҳаттий ба вучуд омад.

Асосноккунии тарзҳои гузориш ва ҷамъкунии ҳалли системаҳои муодилаҳо дар асрҳои XVII-XIX ба вучуд омада, он ба қалами П.Ферма, И.Нийутон, Л.Эйлер, Г.Лейбнитс, К.Гаусс ва дигарон мансуб аст.

Машҳо барои кори мустақилона

Вариант 1

1. Системай зерини муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x + 9y = 11, \\ x - y = 0; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2,1x + 3,9y = 6, \\ 4x + 0,5y = 4,5. \end{cases}$$

2. Адади 43-ро ба ду ҷамъшавандахо ҷунон ҷудо кунед, ки яке аз онҳо назар ба дигараш 3 воҳид қалон бошад.

Варианти 2

1. Системаи зерини муюдилаҳоро ҳал кунед:

$$a) \begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + y = 6; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2,5x - 4y = 1, \\ 3,5x - y = 6. \end{cases}$$

2. Адади 44-ро ба ду ҷамъшавандаҳо чунон ҷудо кунед, ки яке аз онҳо назар ба дигарааш 8 воҳид ҳурд бошад.

Варианти 3

1. Системаи зерини муюдилаҳоро ҳал кунед:

$$a) \begin{cases} x + 3y = 7, \\ x + y = 1; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 1,5x - 0,2y = 3,7, \\ x + y = 0,2. \end{cases}$$

2. Матоъи дарозиаш 67 метрро ба ду қисм чунон тақсим карданд, ки яке аз онҳо назар ба дигарааш 11 метр зиёдтар аст. Дарозии ҳар як қисмро ёбед:

Варианти 4

1. Системаи зерини муюдилаҳоро ҳал кунед:

$$a) \begin{cases} \frac{3}{4}x + y = 8, \\ \frac{5}{8}x - 2y = 1; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - \frac{1}{3}y = 4, \\ -3x + \frac{2}{3}y = -2. \end{cases}$$

2. Адади 68-ро ба ду ҷамъшавандаҳо чунон ҷудо кунед, ки яке аз онҳо назар ба дигарааш се маротиба қалон бошад.

Саволҳои назоратӣ

- Ифодаи ададӣ чист? Ба ифодаҳои ададӣ мисолҳо оваред.
- Ифодаи ҳарфӣ чист? Ба ифодаҳои ҳарфӣ мисолҳо оваред.
- Чиро қимати ифода меноманд?
- Ифодаи бутун чист? Ба ифодаҳои бутун мисолҳо оваред.
- Баробарӣ чист?
- Кадом ифодаро ифодаи айниятий меноманд? Мисолҳо оваред.
- Дараҷа чист, асоси дараҷа чист, нишондиҳандаи дараҷа чист?
- Хосияти асосии дараҷаро баён кунед.

9. Коидаи зарбкунии дарацаҳоро баён кунед.
10. Дар асоси қадом коида дараҷаро ба дараҷа мебардоранд?
11. Ҳосили зарбро чӣ тавр ба дараҷа мебардоранд?
12. Муодила чист? Решаи муодила чист?
13. Ҳал кардани муодила гуфта чиро мефаҳмем?
14. Қадом муодилаҳоро муодилаҳои баробаркувва меноманд?
15. Ҳосиятҳои асосии муодиларо баён кунед.
16. Муодилаи хаттӣ чист?
17. Номи илми алгебра аз кучо пайдо шудааст?
18. Якузва чист?
19. Қадом якузваро якузваи намуди стандартӣ меноманд?
20. Коэффициенти якузва чист?
21. Якузваро чӣ тавр ба дараҷа мебардоранд?
22. Қадом ифодаҳоро бисёрузваро, дуузва, сеузва меноманд?
23. Узвҳои монанди бисёрузваро чист?
24. Намуди стандартии бисёрузваро баён кунед.
25. Коидаҳои ҷамъ ва тарҳ кардани бисёрузваро баён кунед
26. Коидаи зарби бисёрузваро ба якузваро баён кунед.
27. Коидаи зарби бисёрузваро ба бисёрузваро баён кунед.
28. Формулаҳои квадрати дуузваро нависед ва онҳоро хонед.
29. Формулаҳои куби дуузваро нависед ва онҳоро хонед.
30. Формулаи фарки квадратҳоро нависед ва онро хонед.
31. Ба зарбшавандаҳо ҷудо кардани бисёрузваро чист?
32. Тарзҳои ба зарбшавандаҳо ҷудо кардани бисёрузваро номбар кунед.
33. Формулаи сумма ва фарки кубҳоро нависед.
34. Формулаҳои зарби муҳтасарро нависед ва онро хонед.
35. Функция чист?
36. Аргументи функция чист?
37. Соҳаи муайянни функцияро баён кунед.
38. Қиматҳои функция чист?
39. Функцияи хаттӣ чист?
40. Мағҳумҳои тири абсиссаҳо, тири ординатаҳо ва ибтидои координатаҳоро фаҳмонед.

41. Графики функция чист?
42. Мафхуми мутаносиби ростаро баён кунед.
43. Коэффициенти мутаносиби роста чист?
44. Кадом муодиларо муодилаи хаттии дуномаълума меноманд?
45. Ҳалли системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума чист?
46. Ҳал кардани системаи муодилаҳои хаттӣ гуфта чиро мефаҳмад?
47. Кадом муодилаҳои хаттии дуномаълума муодилаҳои баробаркувва ном доранд?
48. Бо тарзи гузориш ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълумаро баён кунед ва мисол оваред.
49. Бо тарзи чамъкунӣ ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълумаро баён кунед ва мисол оваред.
50. Тарзи графикии ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълумаро фаҳмонед.

44. Масъалаҳо оид ба такрор

- 604.** Кадом ададро ба 9 зарб кунем, он 24 воҳид зиёд мешавад?
- 605.** Кадом ададро ба 7 тақсим кунем, он 36 воҳид кам мешавад?
- 606.** Ба кадом адад 25-ро чамъ кунем, он 32 воҳид зиёд мешавад?
- 607.** Дарозии росткунча аз бараҷ 17 м зиёд аст. Агар дарозии росткунчаро 7 м кам ва бараҷро 5 м зиёд кунем, масоҳати он 30 m^2 зиёд мешавад. Бузургии тарафҳои росткунчаро ёбед.
- 608.** Дар қитъаи замини росткунчашакли дарозиаш аз бараҷ 20 м зиёд будагӣ майдончаи варзишӣ соҳтанд, ки бару дарозиаш аз бару дарозии қитъа 15 метрӣ кам мебошанд. Масоҳати қитъа аз масоҳати майдонча 5700 m^2 зиёд аст. Масоҳати қитъаро ёбед.

609. Автомобил бо суръати 60 км/соат ҳаракат карда, масофаи S -ро дар 3,5 соат тай мекунад. Агар автомобиль суръаташро 10 км/соат зиёд кунад, ҳамин масофаро дар чанд соат тай мекунад?

610. Асоси параллелепипеди росткунча квадрат аст. Тарафи квадратро 3 маротиба хурд карданد. Барои он ки ҳачми параллелепипед тағийир наёбад, баландии онро чӣ тавр бояд тағийир дод?

611. Ман ададеро фикр карда, онро ба 5 зарб кардам. Аз ҳосили зарб 18-ро кам кунам, ададе ҳосил шуд, ки он аз адади фикр кардаи ман 2 маротиба калон аст. Ман кадом ададро фикр кардам?

612. Периметри секунчаи ABC 38 см аст. Тарафи AB аз тарафи BC ду маротиба ва аз тарафи AC 6 см хурд аст. Тарафҳои секунчаро ёбед.

613. Дар се рафи китобмонӣ 135 китоб ҳаст. Дар рафи дуюм назар ба рафи якум 1,5 маротиба кам ва назар ба рафи сеюм 12 китоб зиёд аст. Дар ҳар як раф чанд китоб аст?

614. Дар се раф китоб ҳаст. Дар рафи сеюм назар ба ҳамаи китобҳои рафҳои якуму дуюм 2 маротиба камтар ва дар рафи дуюм назар ба ҳамаи китобҳои рафҳои якуму сеюм 3 маротиба камтар китоб ҳаст. Агар дар рафи якум 90 дона китоб бошад, дар се раф чӣ қадар китоб ҳаст?

615. Барои ҷойпӯш, ҷилди кӯрпа ва ҷилди болишт 8 метр лас сарф шуд. Агар барои ҷойпӯш назар ба ҷилди кӯрпа 2 маротиба кам ва барои ҷилди болишт назар ба ҷойпӯш 80 см кам лас сарф шуда бошад, барои ҳар як намуди ҷиҳоз чанд метрӣ лас сарф шуда аст?

616. Дар се раф 79 дона китоб ҳаст. Дар рафи дуюм назар ба рафи якум 1,5 маротиба кам ва назар ба рафи сеюм 5 китоб зиёд аст. Дар ҳар як раф чанд катоб ҳаст?

617. Периметри секунчаи ABC 71 см аст. Тарафи AB аз тарафи AC 7 см калон, тарафи BC аз тарафи AB 6 см хурд аст. Тарафҳои секунчаро ёбед.

618. 16 куттӣ рангу пластилин мавҷуд буд. Вакте, ки 3 куттӣ ранг ва 5 куттӣ пластилин оварданд, маълум шуд, ки

$$(2)^3 - 2 \cdot (2)^2 - 4 \cdot 2 + 8 = 8 - 8 - 8 + 8 = 0.$$

Чавоб. -2 ва 2.

Тарзидуюм. Тарафи чапи муодиларо гурӯҳбандӣ мекунем: $(x^3 - 2x^2) - (4x - 8) = 0,$

$$x^2(x - 2) - 4(x - 2) = 0,$$

$$(x - 2)(x^2 - 4) = 0,$$

$$(x - 2)(x^2 - 2^2) = 0,$$

$$(x - 2)(x - 2)(x + 2) = 0.$$

Давоми ҳалро аз тарзи якум медонем.

Тарзисеюм. Тарафи чапи муодиларо ба таври зерин табдил медиҳем:

$$x^3 - 4x - 2x^2 + 8 = 0$$

$$x(x^2 - 4) - 2(x^2 - 4) = 0, \quad (x^2 - 2^2)(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x - 2) = 0$$

Давоми ҳал ба мо маълум аст.

Чӣ хеле, ки мебинем, тарзҳои дуюму сеюм назар ба тарзи якум кӯтоҳу зеботар мебошанд.

Ҳамин тарик, тарзҳои гуногуни ба зарбшавандаҳо чудо кардани бисёрузвахо имконият медиҳанд, ки муодилаҳои нисбатан мураккабтар ҳал карда шаванд. Ин гуна муодилаҳоро дар синф, дар корҳои берун аз синфӣ ва озмунҳо истифода бурдан мумкин аст.

Дар машқҳои 506-509 ифодаҳоро бо тарзҳои гуногун ба зарбшавандаҳо чудо кунед.

506. а) $ax^2 + 4ax + 4a;$ г) $4z^2 - 4z + 1;$

б) $b^2 - 6b^2x + 9b^2x^2;$ д) $-9 - 6a - a^2;$

в) $0,25y^2 - 6y + 36;$ е) $a^2 + 3ab + 2b^2.$

507. а) $x^2 - y^2 - ax - ay;$ г) $z^2 - 5z + 4;$

б) $ac + ad + 2bc + 2bd;$ д) $c^2 - 6c + 5;$

в) $2ax - 2ay - 3by + 3bx;$ е) $x^2 + 2xy - 3y^2;$

627. Барои яктой сохтани мошини боркаш, тайёра ва теплоходи мусофиркаш якчоя 10840 кг каучук сарф мешавад. Барои сохтани теплоход назар ба сохтани мошини боркаш ва тайёра дар якчоягӣ 9160 кг зиёд каучук сарф мешавад. Ба сохтани мошини боркаш, тайёра ва теплоход алоҳида алоҳида чӣ қадарӣ каучук сарф мешавад, агар маълум бошад, ки сарфи каучук барои сохтани тайёра назар ба сохтани мошини боркаш 2,5 маротиба зиёд аст?

628. Биринчие, ки аз он ҳайкал месозанд, аз мис, рух ва қалъагӣ иборат аст. Массаи мис 0,85 ҳиссаи массаи

биринчиро ва массаи рух $\frac{2}{17}$ ҳиссаи массаи мисро ташкил медиҳад. Агар массаи қалъагӣ 202 кг бошад, ба таркиби ҳайкали биринҷӣ аз ҳар қадоми ин фулузот чӣ қадарӣ дохил шудааст?

629. Ду комбайнҷӣ дар як қитъаи замин кор карданд.

Баъди он ки комбайнҷии якум ҳосили $\frac{9}{16}$ ҳиссаи қитъаро ва

комбайнҷии дуюм ҳосили $\frac{3}{8}$ ҳиссаи ҳамон қитъаро гундошт, маълум шуд, ки комбайнҷии якум назар ба комбайнҷии дуюм ҳосили $97\frac{1}{2}$ гектар зиёдро гундошта аст. Ҳар як комбайнҷӣ ҳосили чӣ қадар заминро гундошта аст?

630. Дарёи Аму назар ба дарёи Вахш 891 км зиёдтар тӯл мекашад. Агар тӯли дарёи Вахш 2 маротиба зиёдтар ва тӯли дарёи Аму 367 км камтар мебуд, он тоҳ тӯли ин дарёҳо баробар мешуд. Тӯли ин дарёҳоро ёбед.

631. Майдони кишти картошка назар ба майдони кишти пиёз 5 га зиёд аст. Агар аз майдони кишти картошка 8 гектарашро ба майдони кишти пиёз чудо мекарданд, майдони кишти пиёз назар ба майдони бокимондаи кишти картошка 2 маротиба зиёд мешуд. Майдони ҳар қадом киштро ёбед.

632. Дарёи Днепр назар ба дарёи Волга 1330 км камтар тўл мекашад. Агар тўли дарёи Днепр 2 маротиба зиёдтар ва тўли дарёи Волга 870 км зиёдтар мебуд, он гоҳ тўли ин дарёҳо баробар мешуд. Тўли ин дарёҳоро муайян кунед.

633. Ислот кунед, ки суммаи се адади натуралии пай дар пайи дилҳоҳ ба 3 бебақия тақсим мешавад.

634. Ислот кунед, ки суммаи 5 адади натуралии пай дар пайи дилҳоҳ ба 5 бебақия тақсим мешавад.

635. Оё суммаи 4 адади натуралии пай дар пайи дилҳоҳ ба 4 бебақия тақсим мешавад? Ба 3-чӣ? ба 2-чӣ?

636. Ададеро фикр карда, онро ба 4 зарб кардам, ба натиҷаи ҳосилшуда 8-ро чамъ карда, суммаро ба 4 тақсим кардам ва аз натиҷа адади факт кардаамро тарҳ кардам. Адади 2 ҳосил шуд. Ман кадом ададро фикр кардам? Масъала чанд ҳал дорад?

637. Сеяки масоҳати Ветнам ҷангалзор аст. Агар масоҳати ҷангалзори Ветнам 55,45 ҳазор гектар зиёд мебуд, он гоҳ масоҳати Ветнам аз масоҳати ҷангалзораш 2 маротиба зиёд мешуд. Масоҳати Ветнамро ёбед.

638. Як адад аз адади дигар 40 воҳид калон буда, $\frac{1}{4}$ хиссаи яке аз онҳо ба $\frac{1}{3}$ хиссаи дигараши баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

639. Дар рафи китобҳо китоби 8 чилда бо тартиб гузошта шуда аст. Фафсии ҳар яки он бо муқова 40 мм ва бемуқова 35 мм аст. Масофа аз саҳифаи якуми чилди якум то саҳифаи охирини чилди ҳаштум ёфта шавад.

640. Тарафҳои росткунча чун 3 : 4 нисбат доранд ва масоҳати он 48 m^2 аст. Тарафҳои росткунчаро ёбед.

641. Суммаи ракамҳои адади дурақама ба 10 баробар аст. Агар дар ин адад ҷои ракамҳоро иваз кунем, он ба 36 воҳид кам мешавад. Ин ададро ёбед.

642. Суммаи ракамҳои адади дурақама ба 12 баробар аст. Агар ин ададро ба 2 зарб карда, ба ҳосили зарб адади 15-ро чамъ кунем, ададе ҳосил мешавад, ки ракамҳояш ҳамон ракамҳои адади матлуб буда, ҷои онҳо иваз шудааст. Ин

ададро ёбед. Күшиш кунед, ки шарти зиёдатии масъала, агар он мавчуд бошад, ёфта шавад.

643. Як кунчи секунча аз кунчи дигараш 30° зиёд буда, кунчи сеюми секунча ба суммаи ду кунчи дигараш баробар аст. Кунҷои секунчаро ёбед.

644. Аз 32 га замини якум назар ба 30 га замини дуюм 156 сантнер зиёдтар ҳосил ғундоштанд. Агар ҳосилнокии замини якум назар ба ҳосилнокии замини дуюм 3 сантнер зиёд бошад, аз ҳар қадоми ин заминҳо чӣ қадарӣ ҳосил ғундоштанд?

645. Масоҳати лагери концентратсионе, ки фашистони немис соли 1940 дар шаҳри Освенсим сохта буданд, якчанд гектар буд. Дар ин лагер миқдори калони асирони ҳарбии бисёр мамлакатҳо, аз ҷумла мамлакати мо, ба қатл расонда шуданд. Агар миқдори садяки ба қатл расидагонро ба бузургии масоҳати лагер, ба ҳисоби гектар, ҷамъ кунем, адади 40500 ҳосил мешавад. Агар аз миқдори ду садяки ба қатл расидагон бузургии масоҳати лагерро тарҳ кунем, адади 79500 ҳосил мешавад. Фашистони немис дар ин лагер ҷанд нафарро ба қатл расонидаанд ва масоҳати лагер ҷанд гектар заминро ишғол мекард?

45. Масъалаҳои ҳаллашон мушкил

646. Аз як миқдор магзи зардолу 234 кг равган ва сафеда гирифтанд. Агар $\frac{11}{20}$ ҳиссаи ин магз равган ва $\frac{23}{100}$ ҳиссаи он сафеда бошад, массаи равганро ёбед.

647. Адади дуракама ба сечандай суммаи ракамҳояш баробар аст. Ин ададро ёбед.

648. Дар ҳамвории координатӣ ҷор ҳати ростро чунон созед, ки онҳо аз ибтидои координатаҳо гузашта, дутояшон дар ҷорияҳои координатии якум ва сеюм ва дутойи дигарашон дар ҷорияҳои координатии дуюму ҷорум хобанд. Ченкуниҳои даркориро гузаронида, қоэффициентҳои кунҷии ин ҳатҳои ростро ёбед ва муодилаи онҳоро нависед.

649. Ифодаи $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$ -ро содда кунед.

650. Адади дуракамаеро фикр кардам. Агар ба он дучандай суммаи рақамҳояшро ҷамъ кунам, 96 ҳосил мешавад. Ин қадом адад аст?

651. Асоси як росткунча аз асоси росткунчай дуюм 1 м дарозтар ва баландиҳояшон баробар аст. Масоҳати росткунчай якум аз масоҳати росткунчай дуюм 7 m^2 зиёд мебошад. Агар периметрҳои онҳо 76 метрӣ бошад, масоҳати ҳар як росткунчаро ёбед.

652. Харидор барои себеу нок ба микдори баробар пул дод. Агар 1 кг себ назар ба 1 кг нок 50 % арzon бошад, харидор назар ба нок ҷанд маротиба зиёдтар себ ҳаридар аст? Оё масъала шарти зиёдатӣ дорад?

653. Дар саҳифаи китоб микдори сатрҳоро 3-то кам ва микдори ҳарфҳоро дар ҳар як сатр 4-то зиёд кардем, ки дар натиҷа микдори ҳарфҳо дар тамоми саҳифа 27-то кам шуд. Агар баъди ин микдори сатрҳои саҳифа аз 25-то кам нею аз 30-то зиёд нашуда бошад, аз аввал дар ҳар як саҳифа ҷанд сатру дар ҳар як сатр ҷанд ҳарф мавҷуд буд?

654. Баъди он ки пиёдагард 3 км ва боз нисфи роҳи бокимондаро тай кард, барои ба манзил расидан, ба вай лозим буд, ки сеяки тамоми роҳ ва боз 3 километри дигарро тай намояд. Тамоми роҳи тайшавандай пиёдагард чӣ қадар буда аст?

655. Микдори даҳихои квадрати адади дурақама адади тоқ аст. Рақами воҳидии ин ададро ёбед.

656. Ҳосили зарби се ададҳои натуралии пай дар пай ба 1 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

657. Адади 100-ро x просент кам карданд, ки дар натиҷа адади a ҳосил шуд. Баъд адади a -ро x просент кам карданд, ки дар натиҷа адади 81 ҳосил шуд. Ададҳои x ва a -ро ёбед.

658. Нархи матоъро 0,15 маротиба арzon карданд ва баъди як сол нархи нави онро боз 0,15 маротиба арzon карданд. Дар натиҷа нархи матоъ 510 сӯм арzon шуд. Нархи аввалии матоъро ёбед.

659. Суммаи рақамҳои адади чоррақама, ки рақамҳои канориаш ба якдигар баробар ва рақами сеюмаш назар ба рақами чорум 2 воҳид зиёд мебошад, ба 25 баробар аст. Ин кадом адад бошад?

660. Рақамҳои канории адади чоррақама байни худ баробар буда, рақами сеюм назар ба рақами дуюм як воҳид зиёд ва сечандай суммаи рақамҳои мобайнӣ ба рақами канорӣ баробар аст. Ин ададро ёбед.

661. Агар дарозии росткунҷаро 20 % зиёд ва бараашро 10 % кам кунем, масоҳати росткунҷа чанд просент зиёд мешавад?

662. Адади a ба 40 % -и адади b ва адади c ба 70 %-и адади b баробар аст. Агар суммаи ин ададҳо 84-ро ташкил дихад, ҳар кадоми онҳоро ёбед.

663. Адади хурдтаринеро ёбед, ки он ба 37 каратӣ буда, ҳангоми ба 33 тақсим кардан бақияаш 16 барояд.

664. Суммаи рақамҳои адади чоррақама ба 18 баробар буда, рақами якум назар ба рақами сеюм як воҳид зиёд ва рақами сеюм ду баробари рақами чорум аст. Агар ҷои рақамҳои дуюм ва чорумро иваз кунем, адади ҳосилшуда аз адади аввала 99 воҳид зиёд мешавад. Адади авваларо ёбед.

665. Як адад аз адади дигар 6 воҳид калон аст. Агар адади якумро ба 5 ва адади дуюмро ба 4 зарб кунем, он гоҳ ҳосили зарби якум назар ба ҳосили зарби дуюм 40 воҳид кам мешавад. Ин ададҳоро ёбед.

666. Суммаи ду адад ба 1,6 ва фарқашон ба 14,6 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

667. Як адад ба шашчандай адади дигар баробар аст. Агар аз якеи онҳо адади 37-ро тарҳ кунем, ба адади дигар 73-ро ҷамъ намоем, он гоҳ натиҷаҳо баробар мешаванд. Ин ададҳоро ёбед. Масъала чанд ҳал дорад?

668. Дар соли 2001 синни Нодир ба суммаи рақамҳои соли таваллудаш баробар шуд. Нодир кадом сол таваллуд шуда аст?

669. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $y^2 - x^2 - 6x - 9 = 0$; в) $x^2 - y^2 - 2y - 1 = 0$;

б) $x^2 + 4x + 4 - y^2 = 0$; г) $x - y + x^2 - y^2 = 0$.

670. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{а)} \begin{cases} x^2 - 3y + 2 = 0, \\ x^2 + 6y - 16 = 0; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} (5x - 3y)^2 + 4(2x + y)^2 = 197, \\ 2(2x + y)^2 - 3(5x - 3y)^2 = 95; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x^3 + 5y = 13, \\ 2x^3 - 19y = -3; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} x^2 - y^2 = 72, \\ x - y = 9. \end{cases}$$

671. Адади дурақамаро ба суммаи рақамҳояш тақсим намоем, ҳосили тақсим 6 ва бақия 4 баромад. Ин ададро ёбед.

672. Решаҳои муодиларо ёбед: $y^5 - y^3 - y^2 + 1 = 0$.

673. Рақами якуми адади чорракама назар ба рақами сеюм як воҳид зиёд, рақами дуюм назар ба рақами чорум як воҳид кам ва рақами сеюм ду баробари рақами чорум аст. Агар суммаи ҳамаи рақамҳо ба 18 баробар бошад, адади матлуб кадом аст?

Дар машқҳои 674 - 675 системаи муодилаҳоро ҳал кунед.

$$674. \text{ а)} \begin{cases} (2x + y - 1)(x + 3y + 2) = 0, \\ x + y = 3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} (x - 3y + 4)(x + y - 1) = 0, \\ (x - 3y + 2)(y + 4) = 0; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} (2x + y + 1)(x + y + 3) = 0, \\ (x + y + 4)(x + 2y + 1) = 0; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x^2 - 2x - y^2 - 2y = 0, \\ x + y = 0. \end{cases}$$

$$675. \text{ а)} \begin{cases} x^2 + 2y - 3 = 0, \\ x^2 + 4y - 5 = 0; \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} x^2 - 2x - y^2 - 2y = 0, \\ x - y - 2 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 12, \\ x^2 - y^2 = 20; \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} x^2 - 2x - y^2 - 2y = 0, \\ y^2 + 2y = x^2 - 4. \end{cases}$$

676. Нүктаи $A(1,5)$ дода шудааст. Координатаюи чунин нүктаюи B ва C -ро ёбед, ки агар $CB=10,5$ бошад, $AC=2AB$ гардад.

677. Нүктаи $M(-1)$ дода шудааст. Координатаюи чунин нүктаюи N ва P -ро ёбед, ки барои онҳо $NP=8$ ва $MN=3NP$ шавад.

678. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x \cdot 5^3 = 5^7$; б) $16^2 \cdot x = 16^4$.

Аломати *-ро ба дараҷаи асосаш x чунон иваз кунед, ки баробарии дуруст ҳосил шавад:

679. а) $x^{12} \cdot * \cdot x^{25} = x^{41}$; б) $* \cdot x^7 \cdot x^3 = x^{14}$.

680. а) $x^{17} : * = x^9$; б) $* : x^{10} ; * = x^{30}$.

Муодилаҳои зеринро ҳал кунед:

681. а) $8x^3 = 0$; б) $2x^2 = x^2$;

в) $5x^4 = 5$; г) $y \cdot y^2 = 1$.

682. а) $5(x+3)^3 = 0$; б) $(x+7)^6 = 1$;

в) $3(x+3)^3 = 3$; г) $(x-2)^3 = -1$.

683. а) $x^3 \cdot 0 = 0$; б) $0 \cdot x^2 = 1$; в) $y^2 \cdot y^3 = 0$.

684. а) $|x| = 4$; б) $|x| = 1,5$; в) $3|x| = 4,2$; г) $|2x| = 0,4$.

685. а) $2|2x| = 1,6$; б) $5|3x| = -15$; в) $|x|^2 = 4$.

Ч а в о б х о

2. б) -3; г) -8; е) -1,1. **3.** б) 2; г) 2. **4.** а) 7; б) 29. **7.** а) $12 + 6,4$; 18,4; г) $14,6 : 7,3$; 2. **8.** а) $10 \cdot 1,7 + (-17)$; 0. б) $(3,7 + 4,3) - 2 \cdot 4$; 0. **12.**

б) 420. **13.** а) 7; в) $\frac{22}{3}$. **15.** а, б, в, г) ҳал надорад. **16.** д) $\frac{1}{2}(p - q)$;

е) $\frac{1}{2}(a + b)$. **17.** б) $x - \frac{a}{b}$; в) $a \cdot (b + c)$; г) $\frac{z}{x - y}$. **18.** б) $(x + y)^2$;

в) $x^2 - y^2$; д) $(x - y)^2$. **19.** б) $(y - z)^3$; в) $y^3 + z^3$; д) $x^3 - z^3$. **20.**

а) $(a+b):(a \cdot b)$; б) $(c-d):(c \cdot d)$; в) $(a+b):2(a-b)$; е) $(m \cdot n):(m+n)^2$.

21. а) $\frac{1}{2}(x^2 + y^2)$; б) $\left(\frac{1}{2}(a-b)\right)^2$; в) $(x^2 + y^2):(x^2 - y^2)$; д) $(c+d)^3:(c-d)^3$.

22. а) $10a + 6$; б) $8 \cdot 10 + b$; в) $10a + b$; г) $100a + b$; д) $100a + 10b$;

е) $100a + 10b + c$. **24.** Масоҳат; нимпериметр; периметр.

27. а) 19; б) 2,5; г) 29. **28.** а) 2; б) 3; в) 2,12; г) 4. **29.** а) 0,1; б) 2; в) 0,16; г) 6. **30.** а) 1; б) 160. **32.** а) 21; б) 2; в) 0,2. **33.** а) 5; б) 6; в) -8. **34.** 3. **38.** а) Ҳа; г, е) Ҳа; б, в, д) Не. **39.** б, г) Не. **40.** Не.

42. Не. **52.** а) Ҳанғоми $x = -2$; 0 будан дуруст аст; в) Не.

53. а) $3 < 3,2 < 3,3$; г) $12 < 13 < 14,2$; д) $-5 < -4,2 < -4$; е) $z < x < y$.

54. а) $-1 < x < 1$; б) $-3 \leq x > 7$; в) $-7 < x < 7$. **56.** а) $4 < x < +\infty$;

е) $-\infty < x \leq 3$. **57.** а) $(2; +\infty)$; б) $(-\infty; 4)$. **58.** а) $[-1; +\infty)$,

г) $-\infty < x \leq -2$ ё $(-\infty, -2]$ **60.** а) $[0; 3]$ **61.** в, г, д). **62.** а, б, в, г).

66. а) калон. **72.** а) Ҳа; б) Ҳа. **73.** Ҳа. **74.** Ҳа. **83.** а, в) Ҳа. **85.**

б) Ҳа. 0. **87.** Не. **89.** Ҳа. **91.** Ҳа. **92.** а) Ҳа; б) Не. **93.** б) Не. **109.**

а) 8; б) 4; г) 2; д) Ҳал надорад; е) Ҳалҳои бисёр дорад. **110.**

а) 20; б) 2; г) -3. **124.** 2. **125.** 66 км. **126.** 14,4 км. **127.** 20,25 кг.

130. 44 кг; 16 кг; 40 кг. **132.** 36 ҳазор. **133.** 9 маротиба. **134.**

13 га. **135.** 40 дона; 65 дона. **136.** 40 дона; 30 дона. **137.** 20 млн

га. **140.** 704 ҳазор га. **144.** 13 сар. **145.** 45 см; 30 см. **147.** 480 км.

148. 18 см; 6 см; 21 см. **151.** а) $(2; 5)$, $(-5; 3)$, $(-3; -4)$, $(4; -2)$.

- 152.** г) (-5; -4), (-2; -4), (1; -4), (-3; -4). **153.** г) (0; -1), (0; -2,5), (0; -4), (0; -5,5). **164.** Ҳа. **171.** 20; 32. **172.** 0,4. **173.** $S = 225 - x^2$, $0 < S < 225$. **179.** -2,5; 5. **185.** 1; 4; 14; 12,5. **192.** $y = 2,5x + 8b$. **193.** $y = 2000 - 400t$; 5 соат. **194.** -2. **196.** 80 рұз. **197.** а) 0; б) -1. **199.** а) ҳа; б) не; в) ҳа; г) не. **201.** $(20 - 2x)$ см. **202.** 0,6; 3. **203.** Ҳа. **204.** а), б), е). **210.** а) $y = \frac{2}{3}x$; в) $y = -0,7x$. **215.** а) 140; б) 31; - 23; 108; - 108. в) 3. **216.** Ҳа. **217.** 2. **219.** а) $(x + y)^2$; б) $x^2 + y^2$; в) $a^3 - b^3$. **220.** г) - 637. **227.** а) Мусбат; б) Манғы; в) Мусбат; г) Мусбат. **228.** а) 125; б) 64; в) 0. **229.** а) 32; б) 1; в) 1; г) 8 млн. **236.** а) a^5 ; б) b ; в) c^4 ; г) d^{30} . **237.** б) $(x + y)^4$. **238.** а) 81; б) 64; в) 169; г) 64. **239.** а) - 136; б) 136. **240.** а) 9; б) 2,25; в) 196; г) - 196. **241.** а) 9; б) 0,5. **243.** а) 1; б) 0; в) 64; г) 64. **244.** а) 1; б) 1; в) 1; г) - 1. **245.** а) 1; б) 15; в) - 8; г) - 2. **247.** а) 1; б) 1; в) 1; г) 1. **249.** а), б), в), е), з). **254.** а) 0; б) -1; в) Ҳалқои бешүмөр; г) 1. **255.** а), г). **256.** а) 225; в) 0,01. **257.** а) Ҳа; б) Ҳа; в) Не; г) Не. **258.** а) Ҳа; б) Ҳа; в) Ҳа; г) Ҳа. **261.** а), в). **262.** а) $3x + 4y$; в) 0; г) $a^3 - a^2$; д) $2x$; е) 0. **263.** а) $-x$; б) $2a$; в) $-7x$; г) $11a$; д) $5x - 5$; е) $-3a^2y - 3ay^2$. **267.** а) $3a^2b^3$; б) $-3cd$; в) $-2x^2$; г) $-13y^3$; д) $5yz^3$; е) $-27m^2n^2$. **270.** а) 1; в) - 1; г) 0,6. **271.** 8. **272.** 18 кг ва 12 кг. **277.** а) $2x$; б) $\frac{1}{9}xy^2$; в) $\frac{1}{4}xy^3$; г) $2ab$; д) $3ab^2$; е) $3ab^3$. **278.** а) 9; г) 0,25. **280.** а) 3 ва - 3; б) 2 ва - 2; д) 0. **282.** б) ва д) мутааллиқ нест. **285.** а) (1; 1) ва (-1; 1); б) (1; 1); г) (2; 4); д) Параболаи $y = x^2$ бо хати рости $y = -2$ бурида намешавад. **291.** а) - 3,375; б) - 64; д) 0. **292.** а) 4; б) - 4; е) - 2. **294.** д) ва ж) Не. **317.** а) Ҳа; б) Ҳа; в) Ҳа; г) Не; д) Не; е) Ҳа. **320.** а) 14; б) 8; в) 73; г) - 467.

321. а), в), д). **327.** $2(a+b+c)$. **331.** $100a+10b+c$. **332.** 5. **333.**

Адади 16 – ро. **335.** а) $a^4 + 2a$. **337.** в) $-a + b^3 - a^2$.

338. а) $3x^2 - 8x + 6$; в) $3xy + 7y + 5$. **339.** г) $-9a^2 + 2ax$. **340.**

а) $31ax^2 + 4a^2x - a$; в) $-3cz + 2z + 4$. **341.** а) $x^4 + 4x^2 - x + 12$

342. б) $y^3 - 8y^2 + 7y - 9$. **343.** а) 13; б) – 10. **344.** а) 3; б) 6; в) 1.

345. 2. **347.** 5 см; 7 см; 9 см. **349.** б) $20a^2b - 15ab^2$; г) $-4y^3 + 3y^2$.

353. а) Ҳа; б) Ҳа; в) Ҳа; г) Не. **354.** а) 15; в) – 3; г) 256. **358.** а) 1; б) Ҳал надорад. **360.** г) 0. **361.** а) 2; б) 1; в) 11,1; г) – 9,3.

362. а) $\frac{10}{13}$; б) 2; в) 2; г) – 1. **363.** 4 см; 3 см; 5 см. **364.** 1,4

сомонӣ; 70 дирам. **365.** 670 бех; 2380 бех. **366.** 36 га; 24 га.

367. 40; 0. **368.** – 30; 80. **369.** Баъди 11 сол. **370.** 14 сола.

373. а) $2x^2 + 11x + 12$. **374.** а) Ҳа; б) Ҳа; в) Ҳа; г) Не; д) Ҳа; е) Не;

ж) Не. **376.** а) – 4,89; б) 0. **378.** а) $4x^2 + 4$. **379.** е) 7676. **382.** а) 1;

в) – 1,5. **383.** а) 1; в) Ҳал надорад; г) 1. **384.** а) 8; б) – 2;

в) Ҳалҳои бисёр дорад; г) $-\frac{21}{22}$. **385.** 14. **386.** 5; 6; 7; 8. **387.** 1;

3; 5. **389.** 10 см. **390.** 8 см; 3 см. **397.** б) $0,5b(1 + 2b + 3b^3)$. Адади

1-ро дар намуди $0,5 \cdot 2$ нависед. **398.** а) 36; б) 0,35; в) 1,7; г) 0.

399. в) Адади 14-ро дар намуди $2 \cdot 7$ нависед. **401.** а) 0; 5; б) 0;

4; в) 0; – 3; г) 0. **402.** а) 0; 1,5; в) 0; 0,2. **403.** а) – 3; 0; в) 0; 0,1.

404. а) – 1; 0; в) 0; 4. **405.** а) – 0,4; 0; б) 0; 1,5; 2; в) – 3; – 2,5; 0.

406. а) $(x+y)(x+3)$; г) $a(a+5)^2$. **407.** а) $(x+y)(3-x-y)$; г)

$(a-b)(7a-7b+1)$. **408.** а) $(a+c)(b+d)$; б) $(a-b)(x+b)$;

г) $(5a-c)(3b+c)$. **411.** г) $(x-c)(x+2a+3)$. **412.** а) 480; б) 10,46;

в) 25; г) 3,125. **413.** а) 2400; б) 4; в) 141,7; г) 99,36.

414. а) – 3; 5; б) – 3; – 1; в) 0,25; 3; г) – 7. **415.** г) $x^2 \cdot y^2 + 4xy + 4$.

418. в) $-9x^2 + 1$. **419.** г) $a^4 + 2a^2 + 1$. **420.** а) $a^4 + 2a^2b + b^2$.

425. б) - 1. **426.** в) $-4a$. **427.** в) $2a^2 + 2b^2$. **428.** а) $10x + 41$; в) 0;

г) $-2a + 2$. **429.** б) $* = y$, $* = x$, $* = y^2$; е) $* = 4c$, $* = 16c^2$,

$* = a^2b^2$. **430.** а) 18; б) $-0,96$; в) 46; г) 15,4. **438.** а) -2 ; б) 2; г) 0,5.

439. а) 0,4; б) 0,5; в) 3,8. **440.** а) -7 ; б) 0,25; в) 1,6. **441.** а) Ҳал надорад; б) Ҳал надорад; в) Ҳал надорад; г) 0. **442.** а) 0; в) 0,6;

г) -5 . **443.** а) $(x+1)^2 + 6$; в) $(a-1)^2 + 1$; г) $(y-1)^2 - 2$. **445.** а) 22500;

в) 50. **447.** 8,25 см; 9,75 см. **452.** а) $x^2 - 4$; д) $x^2y^2 - z^2$.

456. в) $18m^2 - 2n^4p^2$. **457.** а) $x^2t - 9y^2z^2t$; г) $-7t^2 + \frac{1}{7}z^2$.

458. а) $-x^2$; б) a^4 ; г) p^2 . **459.** а) $x^4 - 16$; г) $16m^4 - 72m^2n^2 + 81n^4$.

460. а) $* = 3x$; * = 5y; б) * = 3b; * = 3b; в) * = n²; * = 7m; г) * = 2p; * = 3q². **461.** Ба ифодаи 0,5x + 2y. **463.** а) $-0,5$; в) 5. **464.**

а) 1; б) 0,25; в) $-0,5$; г) Ҳал надорад. **465.** и) $(0,1+x)(0,1-x)$.

466. а) 5400; д) -14720 . **467.** г) -25 ; 25. **468.** б) Ҳал надорад.

469. а) -2 ; 2; в) -5 ; 5; г) Ҳал надорад. **471.** а) $x^2 - a^2$;

е) $1 - a^2b^2$. **472.** а) $4x^2 - 1$; е) $49a^4 - 9b^4$. **473.** б) $0,09a^2 - b^2$;

в) $c^2 - 81d^4$; д) $y^6 - a^2$. **474.** а) $3\frac{1}{16}x^2 - 1$; в) $y^2 - 0,81x^2y^2$;

е) $a^2 - 0,0016b^4$. **475.** а) $45x^2 - 5$; б) $a^5 - 4a^3b^2$. **477.** а) $-4y^2$;

б) $4a^2$; г) $m^4 - n^4$. **478.** в) $81y^4 - 16$. **479.** а) * = 2b; г) * = 2p;

* = 3q. **480.** $x + 3y$. **482.** Ҳал надорад. **485.** а) -3 ; г) 0. **486.** а) 0;

б) 4; в) 1; г) Ҳалҳои бешумор дорад. д) -2 ; - 1; 0. **487.** а) 1; 5;

б) 3; 5; в) 0,8; 0. **489.** 16 см. **491.** а) $(x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2)$;

б) $z^2(z-1)(z^2 + z + 1)$. **494.** а) $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$.

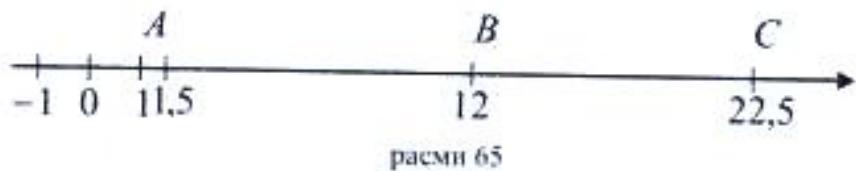
496. в) $x^9 - 1$. **497.** г) $8b^3 + 1$. **498.** а) $x^6 + 1$; г) $b^9 + 8c^3$. **502.** а) -1 ;

0; 1; б) 0; 1; в) - 1; г) -2 . **503.** а) -64 ; б) Ҳал надорад; в) 0; 1;

г) -1. **513.** г) 4; 1. **514.** а) Аввал ҳарду тарафи мудиларо ба 0,1 зарб кунед, сонай ҳар ду тарафи мудиларо ба 10 зарб кунед. – 2; 2. **515.** Ҳа. **516.** б), г), д) ҳа; а), в) не. **517.** Ҳа.

526. а) $\left(\frac{1}{3}; 1\frac{2}{3}\right)$; б) (0; 2). **527.** а) (5; 5); б) (4; 5). **528.** Не. **531.** (3;1), (0;3), (-3;5), (6; -1), (9; -3), (-1,5; 4). **533.** 1 ва 7; 7 ва 2. **536.** а) Якто; г) Якто. **537.** $c_1 = 9$, $c_2 = -1$. **539.** а) Ҳалҳои бешумор дорад; б) Ҳал надорад. **540.** а) Ҳа; б) Не; в) Ҳа; г) Ҳа; д) Не; е) Не. **542.** а) (2,5; 2,25); б) (0,375; 0,1). **543.** г) (-4; -3). **544.** г) (40; -4). **545.** г) (-1,2; 0). **546.** г) Ҳалҳои бешумор дорад. **547.** г) Ҳал надорад. **548.** г) (4,5; -4,5). **552.** а) (0; 0); б) (4; 2); в) (6; -2); г) (-7; 8). **561.** а) Ҳа; б) не; в) Ҳа; г) Не. **566.** а) ҳа; б) ҳа; в) ҳа; г) не. **570.** 7,6; -6. **572.** 50° ; 85° . **573.** 27 см; 13 см. **574.** 8 л; 12 л. **575.** 50 д; 30 д. **576.** 5 м; 7 м. **577.** 4; 6. **578.** Ҳалҳояш бешумор. **579.** 72; 48. **580.** 70 кг; 80 кг. **581.** 4 см; 6 см. **582.** 45 китоб. **583.** 4 км/соат. **584.** 18 км/соат; 3 км/соат. **585.** 21; 252. **588.** 2,6 сомонӣ; 1,8 сомонӣ. **589.** 18. **590.** 41. **591.** 3 м. **592.** 60 км/соат; 75 км/соат. **593.** 93; 82; 71. Дода шудани фарқи миқдори даҳихо ва миқдори воҳидҳо (адади 6) шарти зиёдатӣ аст. **604.** 3. **605.** 42. **607.** 27 м; 10 м. **608.** 3,9 га. **609.** 3 соат. **610.** 9 маротиба. **611.** 6. **614.** 216 китоб. **616.** 36; 24; 19. **617.** 21; 22; 28. **618.** 15; 1. **619.** 50 дона. **620.** 5 км. **621.** 120 км. **623.** -12. **624.** 200 га; 300 га; 450 га. **626.** 25 бех. **627.** 240 кг; 600 кг; 10 т. **628.** 3434 кг; 404 кг. **629.** 292,5 га; 195 га. **630.** 1415 км; 524 км. **631.** 19 га; 14 га. **632.** 2200 км; 3530 км. **644.** 1056 с; 900 с. **645.** 4 млн; 500 га. **646.** 165 кг. **647.** 27. **649.** 2^{64} - 1. Нишондод. 2+1-ро дар намуди 2^2 - 1 нависед. **650.** 68; 74; 80. **652.** 2 маротиба. **654.** 27 км. **655.** 4 ё 6. **656.** Ҳал мавҷуд нест. **659.** 5875; 6586; 7297. **660.** 9129; 3013. **661.** 8 %. **662.** 16; 40; 28. **663.** 148. **664.** 7263. **665.** -64; -70. **668.** 1977. **669.** а) -3; 0; б) -2; 0; в) 0; -1; г) Ҳалҳояш бешумор. **671.** 64. **672.** 1; -1. **673.** 7263. **675.** а) (1; 1); б) Ҳал надорад; в) Ҳалҳояш бешумор; г) (2; 0); (2; -2).

676. Нигаред ба расми 65. $B(12)$, $C(22,5)$.



677. Нигаред ба расми 66. $P(15)$, $N(23)$.



678. а) $x = 5^4 = 625$; б) $x = 16^2 = 256$. **679.** а) $* = x^4$; б) $* = x^4$.

680. а) $* = x^8$; б) Ҳалхояш бисёр, Масалан, x^{50} ва x^{10} ; x^{51} ва x^{11} ; x^{52} ва x^{12} ; x^{100} ва x^{60} ва гайра. **681.** а) 0; б) 0; в) -1; 1; г) 1. **682.** а) -3; б) -8; -6; в) -2; г) 1. **683.** а) Ҳалҳо бешумор; б) Ҳал надорад; в) 0. **684.** а) -4; 4; б) -1,5; 1,5. **685.** б) Ҳал надорад.

Мундариҷа

| | |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| Сарсуҳан..... | 3 |
| Такрори мавзӯъҳои синфҳои V-VI..... | 5 |
| Боби I. Ифодаҳо ва табдилдии онҳо. Муодилаҳо | |
| 1. Ифодаҳои ададӣ..... | 10 |
| 2. Ифодаҳои ҳарфӣ (алгебравӣ)..... | 13 |
| 3. Ифодаҳои айниятӣ..... | 18 |
| 4. Муқоисаи қиматҳои ифодаҳо..... | 20 |
| 5. Дар хати рости координатӣ тасвир кардани муқоисаи ададҳо..... | 24 |
| 6. Табдилдии айниятии ифодаҳо..... | 30 |
| Машқҳо барои кори мустақилона..... | 32 |
| 7. Маълумот оид ба муодила..... | 34 |
| 8. Муодилаҳои хаттӣ..... | 38 |
| 9. Ҳалли масъалаҳо бо ёрии муодилаҳо..... | 42 |
| 10. Аз таърихи муодилаҳо ва ифодаҳо..... | 51 |
| Машқҳо барои кори мустақилона..... | 53 |
| Боби II. Функцияҳо | |
| 11. Ҳамвории координатӣ..... | 54 |
| 12. Функция чист? Соҳаи муайянни функция..... | 58 |
| 13. Графики функцияи хаттӣ..... | 66 |
| 14. Вобастагии мутаносиби роста ва графики он..... | 71 |
| Аз таърихи функцияҳо..... | 77 |
| Машқҳо барои кори мустақилона..... | 78 |
| БОБИ III. Дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ | |
| 15. Дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ..... | 79 |
| 16. Ҳосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ..... | 83 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| 17. Якузваҳо..... | 89 |
| 18. Җамъ ва тарҳи якузваҳо..... | 93 |
| 19. Зарби якузваҳо. Ба дараҷаи натуралий бардоштани якузва..... | 97 |
| 20. Функцияи $y = x^2$ ва графики он..... | 99 |
| 21. Функцияи $y = x^3$, ва графики он..... | 103 |
| 22. Ҳалли графикӣ мӯодилаҳо..... | 106 |
| 23. Саҳви мутлақи қимати тақрибӣ..... | 110 |
| 24. Саҳви нисбии қимати тақрибӣ..... Маълумоти таърихӣ..... | 111 112 |
| БОБИ IV. Бисёрузваҳо | |
| 25. Бисёрузваҳо..... | 113 |
| 26. Бо ёрии микрокалкулятор хисоб кардани қимати бисёрузва..... | 117 |
| 27. Җамъ ва тарҳи бисёрузваҳо..... | 118 |
| 28. Зарби бисёрузва ба якузва..... | 121 |
| 29. Зарби бисёрузваҳо..... | 125 |
| 30. Ба зарбшавандаҳо чудо кардани бисёрузваҳо..... | 129 |
| 31. Аз кавсҳо баровардани зарбшавандай умумӣ..... | 129 |
| 32. Тарзи гурӯҳбандӣ..... Машқҳо барои кори мустақилона..... | 132 134 |
| Боби V. Формулаҳои зарби муҳтасар | |
| 33. Квадрати дуузва. Куби дуузва..... | 135 |
| 34. Зарби сумма ба фарқ..... | 142 |
| 35. Ба зарбшавандаҳо чудо кардани фарки квадратҳо..... | 145 |
| 36. Ба зарбшавандаҳо чудо кардани сумма ва фарки кубҳо..... | 150 |
| 37. Тарҳои гуногуни ба зарбшавандаҳо чудокунии бисёрузваҳо..... Маълумоти таърихӣ..... Машқҳо барои кори мустақилонаи № 1..... Машқҳо барои кори мустақилонаи № 2..... | 155 161 162 163 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| БОБИ VI. Системаи муодилаҳои хаттӣ | |
| 38. Муодилаи хаттии дутағийирёбанда ва графики он..... | 164 |
| 39. Системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума..... | 171 |
| 40. Бо тарзи гузориш ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума..... | 174 |
| 41. Бо тарзи ҷамъкуни ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума..... | 179 |
| 42. Тарзи графикии ҳал кардани системаи ду муодилаҳои хаттии дуномаълума..... | 182 |
| 43. Бо ёрии системаи муодилаҳои хаттӣ ҳал кардани масъалаҳо..... | 186 |
| Маълумоти таърихӣ..... | 193 |
| Машқҳо барои кори мустакилона..... | 194 |
| Саволҳои назоратӣ..... | 195 |
| 44. Масъалаҳо оид ба такрор..... | 197 |
| 45. Масъалаҳои ҳаллашон мушкил..... | 202 |
| Ҷавобҳо..... | 207 |

Нарзулло Қодиров

Алгебра

Китоби дарсӣ барои синфи 7

Мудири редаксия
Муҳаррирон

Муҳаррири техники
Чопи компьютерии

Шуҳрат Гафаров
Мамадҷон Маҳкамов
Аъзам Худойдодов
Сафарбек Назаров
Орзу Гаривов
Хушбахти Абдуниазар
Фарзонҷон Маҳкамов

Ба матбаа 10.03.2005 с. супурда шуд. Ба чопаш 10.04.2005 с. имзо шуд.
Андозаи 60x90^{1/16}. Когази оғсетӣ. Чопи оғсет. Гарнитураи адабӣ. Ҷузъи
чопии шарти 13,5. Ҷузъи нашрию хисобӣ 12,5. Адади нашр 30 000 нусха.
Супориши № 3, 11503. Нашриёти “ФАРАС”. ш. Душанбе, ҳ. Айни, 17.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a^3 + 3ab(a + b) + b^3$$

$$101^3 = (100 + 1)^3 = 1000000 + 3 \cdot 100^2 \cdot 1 +$$
$$+ 3 \cdot 1 \cdot 100 + 1 =$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$136^2 - 36^2 = (136 - 36)(136 + 36) = 17200$$

$$x(x^2 + 1)(x^2 - 4) = 0$$

$$x = \quad x = \quad x =$$

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

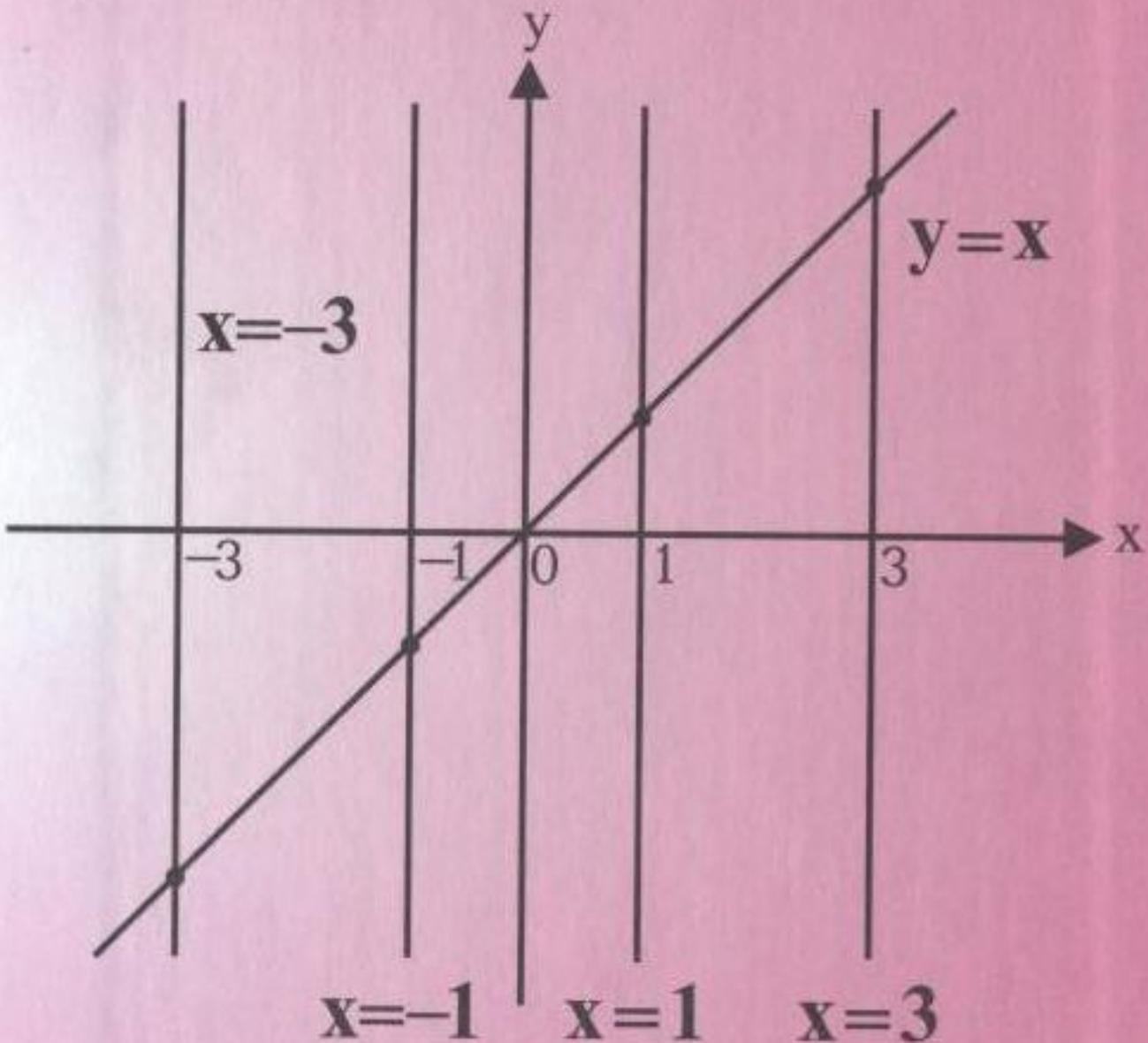
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 =$$

$$x^3 + 13x = 26x + 2x^2$$

$$x = \quad x = \quad x =$$

$$(x - 3) \cdot (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - y) \cdot (x + 1) = 0$$



$$\begin{cases} 3x + 4y = 1, & x = \\ 2x - 3y = 12. & y = \end{cases}$$